

Měření a modelování dynamických jevů na soustavách tvořených pružnými potrubími

Štěpán Ožana, Aleš Oujezdský

Katedra měřicí a řídicí techniky, FEI, VŠB - Technická Univerzita Ostrava,
17. listopadu 15, 708 33, Ostrava-Poruba
stepan.ozana@vsb.cz, ales.oujezdsky@vsb.cz

Abstrakt. Tento příspěvek se zabývá měřením a modelováním šíření dynamických dějů vznikajících na soustavě s rozloženými parametry, konkrétně měřením a modelováním vodního rázu na fyzikálním modelu soustavy sestávající se z pružného plastového potrubí přepravující stlačitelnou kapalinu, čerpadla, tlakových a průtokových snímačů a klapky. Je zkoumáno šíření vodního rázu vznikající před klapkou, a to jejím prudkým zavřením. Je sestaven a odvozen matematický model potrubního segmentu potrubí popsany soustavou nelineárních parciálních diferenciálních rovnic, tento model následně numericky řešen a výsledky srovnány s výsledky měření na laboratorním fyzikálním modelu soustavy. Je navržen měřicí informační řetězec, který je ovládán osobním počítačem a široce využívá programové prostředí MATLAB.

Klíčová slova: MATLAB, měření a modelování, soustava s rozloženými parametry, parciální diferenciální rovnice, vodní ráz.

1 Úvod

Tento příspěvek se zabývá problematikou měření a modelování dynamických dějů vznikajících na soustavách s rozloženými parametry, konkrétně na zadané soustavě sestávající se z pružného plastového potrubí s proudící kapalinou, čerpadla, tlakových čidel a klapky. Analýza těchto dějů může být využita při návrhu hydraulických zařízení, potrubních sítí, rozvodů či průmyslových armatur nebo pro jejich regulaci podle určeného kritéria.

Studuje se zde úloha, kdy při náhlé změně průtočného množství pohybujícího se média vznikají v potrubí velmi značná zvýšení tlaku, která mohou ohrozit bezpečnost celého zařízení. Při vyšetřování takových případů již nelze zanedbat stlačitelnost kapaliny a rovněž je třeba přihlížet k pružnosti stěn potrubí. Tyto jevy se obvykle nazývají vodním či hydraulickým rázem.

Uvedená problematika náleží do oblasti studia soustav s rozloženými parametry. Matematický popis takových soustav je obvykle velmi složitý, často se jedná o popis soustavou nelineárních parciálních diferenciálních rovnic, které se řeší numericky. V této práci byl numericky vyřešen matematický model šíření vodního rázu na zadané soustavě a výsledky pak porovnány s hodnotami naměřenými na fyzikálním modelu soustavy.

2 Teoretický rozbor modelování vodního rázu

2.1 Vodní ráz

Vodní ráz je neustálené proudění stlačitelné kapaliny. Při rychlých změnách rychlosti kapaliny v potrubí dochází ke značným změnám tlaku, které vyvolávají již nezanedbatelné stlačení kapaliny. V podstatě dochází k přeměně kinetické energie na deformační energii, případně naopak. U stlačitelné kapaliny je rychlost šíření tlakových změn konečná, proto se změny tlaku neprojeví okamžitě v celém sloupci kapaliny, ale šíří se konstantní rychlostí zvuku.

Vysvětlení vodního rázu se provádí na případě, kdy potrubí délky l je napojeno na velkou nádrž s konstantní hladinou a tlakem p_0 . Na výtoku z potrubí je armatura A . Předpokládáme prostor, do něhož vtékají další částice pohybujeícího se sloupce kapaliny. Nastane náhlé uzavření armatury, čímž se okamžitě zastaví výtok kapaliny. Částice kapaliny u armatury se zastaví a jejich kinetická energie se přemění na deformační energii potřebnou ke stlačení zastaveného sloupce kapaliny a na deformační energii potřebnou pro roztahení potrubí. Při nárazu na zastavenou (a stlačenou) kapalinu dochází k další přeměně kinetické energie na deformační energii. Rozhraní mezi zastavenou (a stlačenou) kapalinou a pohybující se kapalinou (nestlačenou) se šíří od místa vzniku rázu, tj. armatury, rychlostí zvuku a .

Tlak v zastavené kapalině vzrostl o hodnotu Δp . Tlaková (rázová) vlna, která se nazývá přímá, se pohybuje rovnoměrně, takže za čas $t = \frac{l}{a}$ proběhne celý úsek potrubí až k nádrži a sloupec kapaliny v potrubí je stlačen—jeho tlak vzrostl o Δp . Rázová vlna se nemůže šířit dále do nádrže, kde je volná hladina. Na počátku potrubí B je v tomto okamžiku rozhraní stlačené a nestlačené kapaliny, což je nerovnovážený stav. Proto stlačená kapalina začne expandovat do nádrže, deformační energie se přemění opět v kinetickou, kapalina "odpruží" a začne proudit v opačném směru (od uzávěru do nádrže). Vzestup tlaku Δp se tím zastaví a čelo této vlny, zvané odražená vlna, se šíří rychlostí zvuku a opět ke konci potrubí, kde dojde (v čase $t = T_b$) k poklesu tlaku o hodnotu Δp —částice mají snahu odtrhnout se od zavřeného uzávěru. Tato tlaková vlna (pokles tlaku o Δp) se opět šíří od uzávěru k nádrži, kde se odrazí (v čase $t = \frac{3}{2}T_b$). Přitom se pokles tlaku Δp zastaví a kapalina se rozběhne od nádrže k uzávěru. Tato odražená vlna doběhne k uzávěru (v čase $t = 2T_b$), na nějž kapalina opět narazí, takže dojde k zastavení a zvýšení tlaku o Δp , čímž se proces šíření rázové vlny opakuje. U kapaliny bez vnitřního tření by nedocházelo k útlumu a rázové vlny by se neustále opakovaly. V reálných kapalinách se vlivem vnitřního tření a dalších vlastností materiálu rázové vlny postupně utlumí, až nakonec zaniknou. Doba, za kterou se rázová vlna vrátí zpět do místa svého vzniku, se nazývá doba běhu vlny T_b a je rovna

$$T_b = \frac{2l}{a} \quad (1)$$

2.2 Matematický model potrubního úseku s proudícím médiem

V této kapitole je matematicky popsán úsek potrubí, ve kterém proudí kapalina s tlakem p a teplotou T rychlostí v . Počítá se rovněž jak s teplotní objemovou a tlakovou roztažností potrubí, tak i s teplotní objemovou roztažností média. Rovněž je uvažována závislost změny specifické hmotnosti kapaliny na jejím tlaku a teplotě.

Při konstrukci modelu byly použity následující zjednodušující předpoklady:

- kapalina je newtonovská
- proudění je jednorozměrné
- nejsou uvažovány fázové přeměny transportované kapaliny

Model je tvořen soustavou tří nelineárních parciálních diferenciálních rovnic prvního řádu. Základem modelu je rovnice rovnováhy sil (2), rovnice kontinuity (3) a energetická rovnice (4). Soustava je doplněna o vztahy (5) a (6) respektující pružnost kapaliny a potrubí.

- Rovnice rovnováhy sil

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v |v|}{2d_n} = 0 \quad (2)$$

- Rovnice kontinuity

$$\begin{aligned} \rho S \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \left(\frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial x} \right) + S v \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ + \rho \left(\frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) + S \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

- Energetická rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(cT + \frac{v^2}{2} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho v \left(cT + \frac{v^2}{2} \right) \right) + \frac{\partial (pv)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v g z)}{\partial x} - \frac{\gamma (T_{ok} - T)}{S} = 0 \quad (4)$$

- Rovnice pro tlakovou a teplotní změnu hustoty kapaliny a průřezu potrubí

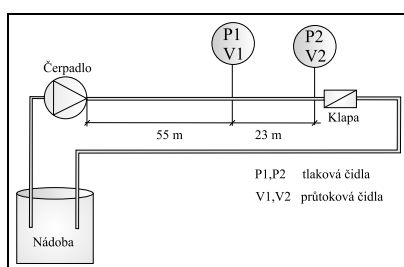
$$S = S_0 \exp \left(\frac{d_n}{Ed} (p - p_0) \right) \exp \left(2\alpha (T - T_0) \right) \quad (5)$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\exp \left(\frac{1}{K} (p_0 - p) \right) \exp \left(\beta (T - T_0) \right)} \quad (6)$$

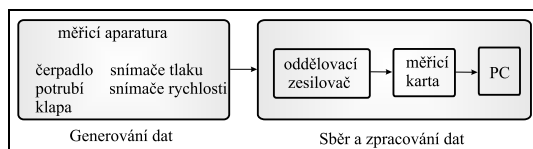
3 Měření vodního rázu na fyzikálním modelu soustavy

Tato kapitola popisuje provedený experiment na fyzikálním modelu soustavy a dokumentuje provedená měření šíření tlakové vlny vznikající při vodním rázu.

Měřicí aparatura se sestává z čerpadla, potrubí, tlakových čidel a klapky. Za měřicí úsek je zde považován úsek potrubí mezi měřicími místy P1 a P2, úsek od čerpadla po měřicí místo P1 slouží jako uklidňující potrubí. Směrodatnými a snímanými veličinami jsou průběhy tlaků v měřicích místech. Je řešena úloha, kdy vodní ráz vzniká tak, že při ustáleném stavu, za který je považováno ustálené proudění vody v potrubí, dojde téměř k okamžitému zavření klapky a tím i k prudkému zastavení pohybujícího se vodního sloupce. Schéma měřicí aparatury je znázorněno na obrázku č. 1.



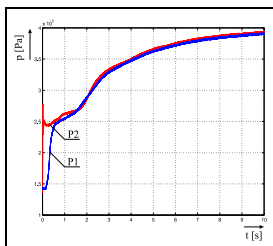
Obr. 1. Schéma měřicí aparatury pro měření šíření vodního rázu.



Obr. 2. Schéma měřicího informačního řetězce.

3.1 Měření šíření vodního rázu na fyzikálním modelu soustavy

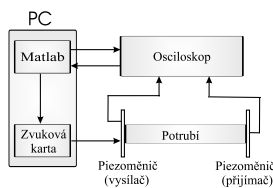
V této kapitole jsou dokumentována měření šíření vodního rázu. Na začátku měření je klapka otevřena, kapalina volně proudí potrubím z místa s vyšším tlakem (měřicí místo P1) do místa s nižším tlakem (měřicí místo P2). Náhlé uzavření klapky způsobí vznik rázové vlny. Změřené průběhy tlaků v měřicích místech P1, P2 jsou znázorněny na obrázku č. 3.



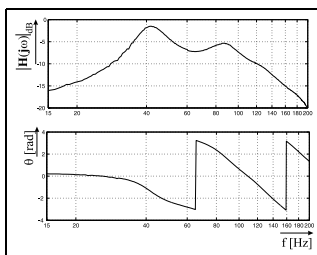
Obr. 3. Průběhy tlaků v měřicích místech P1 a P2.

4 Měření kmitočtové charakteristiky fyzikálního modelu soustavy

V této kapitole jsou dokumentována měření kmitočtových charakteristik metodou násobení harmonickým signálem a následné integrace. Úsek potrubí byl vždy na jedné straně buzen piezoelektrickým měničem vyvolávajícím harmonickou změnu průtoku, resp. tlaku, a na druhém konci byly tyto veličiny snímány. Blokové schéma měřicího řetězce pro měření kmitočtových charakteristik fyzikálního modelu soustavy je znázorněno na obrázku č. 4.



Obr. 4. Blokové schéma měřicího řetězce pro měření kmitočtových charakteristik.



Obr. 5. Amplitudová frekvenční charakteristika fyzikálního modelu soustavy.

5 Závěr

V této práci byla věnována pozornost dynamickým jevům vznikajícím na soustavách s rozloženými parametry, zejména pak fenoménu vodního rázu. Byla zvolena konkrétní soustava, následně byl realizován její fyzikální laboratorní model. Poté byl sestaven matematický model této soustavy, sestávající ze soustavy nelineárních parciálních diferenciálních rovnic a doplňujících vztahů popisujících roztažnost potrubí i roztažnost kapaliny v potrubí.

Po numerickém řešení této soustavy rovnic v programovém prostředí MATLABu byly výsledky porovnány s výsledky z měření šíření vodního rázu pomocí měřicího informačního řetězce rovněž využívající funkce a knihovny MATLABu, jakož i další toolboxy (Real Time Toolbox, Data Acquisition Toolbox) pro komunikaci s připojenými přístroji přes rozhraní RS-232.

Matematický model je nyní navržen, optimalizován a řešen tak, že při současném stavu tohoto modelu by byly jeho následná zlepšení jen nepatrné, v řádu procent. O řád lepší adekvátnosti tohoto matematického modelu a jeho kvalitativního zpřesnění by se dosáhlo zavedením a doplněním tohoto modelu o další specifika, zejména pak:

- stanovením či zjištěním dynamického chování materiálu potrubí, zejména pak zavedením komplexního modulu pružnosti
- stanovením či zjištěním dynamických charakteristik chování čerpadla

Přes tyto zjištěné poznatky bylo dosaženo velmi dobré shody mezi teoretickými předpoklady a experimentálně zjištěnými poznatky.

V této práci bylo ověřeno, že vodní rázy se šíří rychlostí zvuku v daném prostředí. Řešení této práce bylo umožněno za podpory grantu GAČR 102/02/0017.

Reference

1. Ožana Š. *Měření a modelování dynamických jevů na soustavách tvořených pružnými potrubími. Dizertační práce.* VŠB-TU Ostrava, 2003, Ostrava.
2. Ujezdský A., Ožana Š. *Spread of the Hydraulic Impact in Elastic Pipeline.* IW-CIT'03, Polsko, Gliwice 22-23.9.2003.
3. Ožana Š., Nevřiva P.: *Propagation of the Hydraulic Head in an Elastic Pipeline. International Conference Melbourne, Australia and St. Petersburg, Russia, June 2003, Proceedings, Part II, str.585–592.* Springer-Verlag Berlin. Berlin, 2003.

Annotation. This paper deals with measuring and modelling of dynamic phenomena arising within the system with distributed parameters. In particular it deals with measuring and modelling of spread of hydraulic heads within a physical model of the system that consists of plastic pipeline transporting compressible fluid, pump, pressure and flow sensors and valve. Spreading of the hydraulic head is explored in detail, it is evoked by sudden closing the valve. This phenomenon is explored only in front of the valve. Also given and derivated is a mathematical model of a pipeline segment, the description is given by a set of three non-linear partial differential equations. This model is then numerically solved and the results are compared with the results of measuring on the physical model of the system.