

## 1. Na úvod cvičení:

- Zopakujte si pravdivostní tabulky pro logické spojky:  $\neg \vee \wedge \supset \equiv$
- Definujte a dokažte nejdůležitější logické zákony:
  - o negace implikace  $\neg (A \supset B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$
  - o ekvivalentní úprava implikace  $(A \supset B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$
  - o de Morganovy zákony  $\neg (A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$   
 $\neg (A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
- Definujte, co je to model formule, kdy je formule splnitelná, kontradikce, nebo tautologie, výrokově logické vyplývání.

**Model formule A:** ohodnocení (valuace)  $v$  takové, že formule A je v tomto  $v$  pravdivá:  
 $w(A)_v = 1$ .

**Formule A je splnitelná**, má-li alespoň jeden model

**Formule A je nesplnitelná (kontradikce)**, nemá-li žádný model

**Formule A je tautologie**, je-li každé ohodnocení  $v$  jejím modelem. Značíme  $\models A$ .

**Množina formulí  $\{A_1, \dots, A_n\}$  je splnitelná**, existuje-li ohodnocení  $v$ , které je modelem každé formule  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Formule A **výrokově logicky vyplývá** z množiny formulí  $M$ , značíme  $M \models A$ , jestliže A je pravdivá v každém modelu množiny  $M$ .

- Jak dokazujeme platnost úsudku, tedy vztah logického vyplývání mezi premisami a závěrem?
  - a) Přímo:  $P_1, P_2, \dots, P_n \models Z$  ... platí logické vyplývání, právě když formule tvaru implikace je tautologie:  
 $\models P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \supset Z$  ... implikace – tautologie  
Neboli formule Z je pravdivá **ve všech modelech množiny předpokladů**  $\{P_1, \dots, P_n\}$ .
  - b) Nepřímo:  $P_1, P_2, \dots, P_n \models Z$  ... platí logické vyplývání, právě když implikace je tautologie,  
 $\models P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \supset Z$  ... implikace – tautologie, tj.  
právě když negovaná formule  
 $P_1 \wedge \dots \wedge P_n \wedge \neg Z$  je kontradikce, tj. právě když  
**množina předpokladů doplněná o negovaný závěr**  $\{P_1, \dots, P_n, \neg Z\}$  je sporná.

---

## 2) Negujte: (slovně i formálně)

- Když píšu program, přemýšlím, zda funguje.
- Program funguje právě tehdy, když je správně napsaný.
- Jestliže nevěnuji řešení dostatek času, je výsledek nejistý a musím začít znovu.
- Umím programovat v Javě, ale neumím syntaxi C++.
- Petr a Pavel věří v budoucnost IT, Tomáš a Emil kroutí hlavou.
- Budete-li mít dobré výsledky, nebudete mít problém ve škole a budete v pohodě.

3) Úsudky (Ověřte správnost / nesprávnost, v případě nesprávného „spravte“):

a) sporem b) tabulkou

- 31) Nefunguje-li program, je chyba v programu nebo není v pořádku systém.  
Je-li chyba v programu, musím se poradit se cvičícím.  
Systém je v pořádku.

---

Nefunguje-li program, musím se poradit se cvičícím.

- 32) Má přednášku nebo se toulá po škole.  
Jestliže má přednášku, pak se jedná o vzorného studenta.

---

Jestliže se nejedná o vzorného studenta, pak se toulá po škole.

- 33) Není pravda, že student umí Javu a C++.  
Student neumí Javu.

---

Student neumí C++.

- 34) Jestliže se problému věnuji, tak ten problém vyřeším.  
Jestliže se problému nevěnuji, pak mám na práci něco jiného.

---

Vyřeším ten problém nebo mám na práci něco jiného.

- 35) Jestliže pracuji, potom vydělávám peníze, ale jestliže jsem líný, pak si užívám.  
Buď pracuji nebo jsem líný.  
Nicméně, jestliže jsem líný, pak nevydělávám, zatímco jestliže pracuji, pak si neužívám.

---

Proto si užívám.

- 36) Nefunguje-li program jak má, je chyba v programu nebo není v pořádku systém.  
Je-li chyba v programu, musím se poradit se svým cvičícím.  
Program funguje

---

Nefunguje-li program, musím se poradit se svým cvičícím.