
Intelligentní systémy (TIL)

Přednáška 7

Marie Duží

<http://www.cs.vsb.cz/duzi/>

hyperintensionální kontext

- *Celá konstrukce C* je objektem predikace (argumentem), tedy její výstup – funkce, kterou konstruuje, pokud vůbec něco, je irelevantní
- *konstrukce C* není *užita* v módu provádění, ale její výskyt je pouze *zmíněn (displayed)*
- *Všechny podkonstrukce C (včetně proměnných) jsou pouze zmíněny hyperintensionálně, nejsou v módu provádění*
- Jak tedy pracovat s konstrukcí C, jejíž výskyt je hyperintensionální? Jak budeme operovat na hyperintensionálním kontextu?
- *Substituční metoda !!!*

hyperintensionální kontext

Substituční metoda

Tom počítá $\text{Cotg}(\pi)$

Existuje číslo, jehož Cotg Tom počítá

$$\lambda w \lambda t [{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } {}^0[{}^0\text{Cotg } {}^0\pi]]$$
$$[{}^0\exists \lambda y [{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } [{}^0\text{Sub } [{}^0\text{Tr } \mathbf{y}] {}^0z {}^0[{}^0\text{Cotg } z]]]]$$

- Proměnná y je nyní **volná** v Kompozici $[{}^0\text{Tr } \mathbf{y}]$, má smysl ji λ -vázat, rovněž \exists zde funguje tak, jak je zamýšleno

- **Důkaz:**

1. $[{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } {}^0[{}^0\text{Cotg } {}^0\pi]]$ premisa
2. $[{}^0\lambda y [{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } [{}^0\text{Sub } [{}^0\text{Tr } \mathbf{y}] {}^0z {}^0[{}^0\text{Cotg } z]]] {}^0\pi]$ λ -abstrakce
(konstruuje **T**, neboť $[{}^0\text{Sub } [{}^0\text{Tr } \mathbf{y}] {}^0z {}^0[{}^0\text{Cotg } z]]$ $v(\pi/y)$ -konstruuje konstrukci $[{}^0\text{Cotg } {}^0\pi]$)
3. $\neg [{}^0\text{Empty } \lambda y [{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } [{}^0\text{Sub } [{}^0\text{Tr } \mathbf{y}] {}^0z {}^0[{}^0\text{Cotg } z]]]]$ def. Kompozice
4. $[{}^0\exists \lambda y [{}^0\text{Calculate}_{wt} {}^0\text{Tom } [{}^0\text{Sub } [{}^0\text{Tr } \mathbf{y}] {}^0z {}^0[{}^0\text{Cotg } z]]]]$

Tři druhy kontextu

Nechť C je podkonstrukce konstrukce D . Pak

- Výskyt C v D je **hyperintensionální**, jestliže je celá konstrukce C objektem predikace v D (argumentem). Řekneme, že výskyt C je zmíněn v D jako argument. Pak všechny podkonstrukce tohoto výskytu C mají rovněž hyperintensionální výskyt.

- *Příklad:* Tom počítá $\text{Sin}(\pi)$.

$$\lambda w \lambda t \ [{}^0\text{Počítá}_{wt} \ {}^0\text{Tom} \ \underbrace{{}^0[\text{Sin} \ \pi]}_{\text{hyperint}}]$$

$$\text{Počítá}/(\circ_1 * \mathbf{1})_{\tau\omega}$$

Trivializace konstrukce C (0C) zvedá kontext nahoru na hyperintensionální úroveň (C a její podkonstrukce – hyperint.)

Dvojití Provedení snižuje kontext dolů na úroveň intensionální nebo extensionální: ${}^{20}C = C$

Tři druhy kontextu

Pokud výskyt C v D není hyperintensionální, je konstrukce C užita v módu provádění, tj. je **konstituentem** D . Pak může být výskyt C v D *intenzionální* nebo *extenzionální*.

a) **Intenzionální výskyt** $C \rightarrow_v f$: celá funkce f v-konstruovaná konstrukcí C (může to být i nulární funkce, tj. atomický objekt) je **objektem predikace**.

Pak všechny konstituenty C mají rovněž výskyt intenzionální.

b) **Extenzionální výskyt** $C \rightarrow_v f(\alpha\beta)$: α -hodnota funkce f v-konstruované konstrukcí C (funkce f je alespoň unární) je **objektem predikace**.

Tři druhy kontextu

$\lambda w \lambda t [{}^0\text{Počítá}_{wt} {}^0\text{Tom } {}^0[{}^0+ {}^03 {}^05]]$

- Konstituenty Kompozice $[{}^0\text{Počítá}_{wt} {}^0\text{Tom } {}^0[{}^0+ {}^03 {}^05]]$, tedy podkonstrukce, které je nutno vykonat k získání pravdivostní hodnoty v libovolném světočase $\langle w, t \rangle$, jsou (kromě této Kompozice samotné) tyto:
 - $[{}^0\text{Počítá } w]t$
 - $[{}^0\text{Počítá } w]$,
 - ${}^0\text{Počítá}$,
 - w ,
 - t ,
 - ${}^0\text{Tom}$,
 - ${}^0[{}^0+ {}^03 {}^05]$.
- *Podkonstrukce $[{}^0+ {}^03 {}^05]$ není konstituentem, je pouze objektem, o kterém se zde vypovídá, že Tom zjišťuje, co tato konstrukce konstruuje.*

Tři druhy kontextu

Příklad.

Sinus je periodická funkce.

Typy: Periodic(τ): množina periodických unárních funkcí, *Sin(τ).*

$[{}^0\textit{Periodic } {}^0\textit{Sin}]$

$\underbrace{\hspace{10em}}$

intens

$\text{Sin}(\pi)=0: [{}^0= [{}^0\textit{Sin } {}^0\pi] {}^00]$

$\underbrace{\hspace{10em}}$

extens

Intenionální vs. extenzionální kontext

- λ -uzávěr vytváří generický intenzionální kontext, tj. zvedá kontext na intenzionální úroveň.
- Kompozice snižuje kontext na úroveň extenzionální.
 - Avšak vždy platí, že vyšší kontext je dominantní, „přebíjí nižší“.
- $[^0: x \ ^0 0]$
 - konstituent 0 : zde má *extenzionální* výskyt. Kompozice je v-nevlastní pro libovolnou valuaci x
- $\lambda x [^0: x \ ^0 0]$
 - konstituent 0 : zde má *intenzionální* výskyt. Uzávěr *není* v-nevlastní pro žádnou valuaci x . Konstruuje *degenerovanou funkci*

Intenionální vs. extenzionální kontext

- $[\lambda x \lambda y [^0: x y] [^0Cotg \ ^0\pi]]$
- Výskyt 0Cotg je zde *extenzionální*. Kompozice je nevlastní, nekonstruuje nic, protože $[^0Cotg \ ^0\pi]$ je nevlastní. Funkce $Cotg$ nemá na argumentu π hodnotu.
 - β -redukce jménem:
- $[\lambda y [^0: [^0Cotg \ ^0\pi] y]]$
- Výskyt 0Cotg je zde *intenionální*. Kompozice konstruuje opět degenerovanou funkci, není nevlastní
 - β -redukce hodnotou:
- $2[^0Sub [^0Tr [^0Cotg \ ^0\pi]] \ ^0x \ ^0[\lambda y [^0: x y]]$
- Výskyt 0Cotg je zde *extenzionální*. Kompozice je nevlastní, nekonstruuje nic, protože $[^0Cotg \ ^0\pi]$ je nevlastní a parcialita je „propagována nahoru“.

Substituce

■ *Intensionální* kontext:

- *Celá konstruovaná funkce (intense) f je objektem predikace*
- *Za intensionální výskyt C můžeme substituovat pouze konstrukci D , která konstruuje tutéž funkci f .*
- *Tedy $C=D$, jsou ekvivalentní, tj. v -kongruentní pro každou valuaci v*

■ *Extensionální* kontext:

- *Hodnota konstruované funkce (intense) f je objektem predikace*
- *Za extensionální výskyt C můžeme substituovat konstrukci D , která v -konstruuje tutéž hodnotu (i jiné funkce).*
- *Tedy $C =_v D$, jsou v -kongruentní pro určitou valuaci v*

Substituce

- *Hyperintensionální* kontext:
 - Celá konstrukce C je objektem predikace
 - Za hyperintensionální výskyt C můžeme substituovat tutéž konstrukci C .
 - Pouze tutéž konstrukci C ? Ukazuje se, že je to příliš silný požadavek.
 - Lze substituovat konstrukci D , která je s C *procedurálně isomorfní*
 - Tedy ${}^0C =_i {}^0D$, tedy C, D jsou *procedurálně isomorfní*, tj. ???

How hyper is hyper?

Identity of procedures

- *Functions in extension* (sets, mappings, PWS-intensions) are extensionally individuated:

$$\forall x [f(x) = g(x)] \Rightarrow f = g$$

- **Procedures** are (hyper)intensionally individuated; Church's '*functions in intension*'
 - Procedures are *equivalent* \Leftrightarrow produce the same object
 - Procedures are *identical* \Leftrightarrow consist of the same constituents
- **But:** each procedure can be refined, *ad infinitum*, when are the constituents identical ???

Does it matter?

- **Hyperintensional contexts** – only *synonymous terms* can be substituted
- **Synonymous terms** \Leftrightarrow have the same meaning, are assigned the same meaning construction, procedure (?)

How hyper is hyper?

Carnap's *intensional isomorphism*

Church's *synonymous isomorphism*

Any two terms or expressions whose respective meanings are procedurally isomorphic are deemed semantically indistinguishable, hence synonymous. Thus procedurally isomorphic constructions can be mutually substituted in any context, including hyperintensional ones.

Church's Alternatives;

- (A2) logical equivalence
- (A1) includes α - and β -conversion; (A1') + η -conversion
- (A0) includes α -conversion and meaning postulates for atomic constants such as 'bachelor', 'fortnight', 'prime'.

Procedural isomorphism;

- (A $\frac{1}{2}$) Quid-relation (Materna); α - and η -conversion
(Duží, Jespersen, Materna 2010)
- (A $\frac{3}{4}$); α -, η -conversion and *restricted* β -conversion (Duží, Jespersen 2013)
- (A1''); modification of Church's (A1), β -conversion '*by value*' (Duží, Jespersen 2014)
- (A0') ???

Procedural isomorfismus

- Strict criterion:
- We exclude η -conversion and unrestricted β -conversion 'by name'
 - **In the logic of *partial functions* such as TIL these conversions are not equivalent transformations**
 - **Different constituents**
 - **Loss of analytic information**

Problems with β - ($/\eta$)-reduction

- **non-equivalence** arises when drawing an extensional occurrence of a constituent into (hyper/) intensional context
- *Example:*

$$[\lambda x [\lambda y [{}^0+ x y]] [{}^0Cotg {}^0\pi]]$$

is an **improper** construction; it does not construct anything, because there is no value of the cotangent function at π but its β -reduced Composition

$$[\lambda y [{}^0+ [{}^0Cotg {}^0\pi] y]]$$

constructs a degenerated function

- The improper construction $[{}^0Cotg {}^0\pi]$ has been drawn into the intensional context of the Closure $[\lambda y [{}^0+ x y]]$.
- *De re* attitudes:

Tilman believes of the Pope that he is wise

$$\lambda w \lambda t [\lambda he [{}^0Believe_{wt} {}^0Tilman \lambda w^* \lambda t^* [{}^0Wise_{w^*t^*} he]] {}^0Pope_{wt}] \rightarrow \lambda w \lambda t [{}^0Believe_{wt} {}^0Tilman \lambda w^* \lambda t^* [{}^0Wise_{w^*t^*} {}^0Pope_{wt}]]$$

Procedurální isomorfismus

■ α -konverze

Množina kladných čísel:

- $\lambda x [^0 > x ^0 0]$, $\lambda y [^0 > y ^0 0]$, $\lambda z [^0 > z ^0 0]$, ...

■ Omezená β -konverze jménem:

Primátor Ostravy je bohatý:

- $\lambda w \lambda t [^0 Bohaty_{wt} \lambda w \lambda t [^0 Primator_{wt} ^0 Ostrava]_{wt}] =_{\beta i}$
- $\lambda w \lambda t [^0 Bohaty_{wt} [^0 Primator_{wt} ^0 Ostrava]]$

■ V přirozeném jazyce neužíváme λ -vázané proměnné

■ β -konverze hodnotou

Domněnkové věty

- Tom si myslí, že papež je moudrý
 - Tedy Tom si myslí, že *propozice* „papež je moudrý“ je pravdivá – papež se vyskytuje v supozici *de dicto*
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} {}^0 \text{Papež}_{wt}]]]$
 - $\text{Myslí}/(o_1 o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vztah individua k propozici; $\text{Moudrý}/(o_1)_{\tau\omega}$; $\text{Papež}/l_{\tau\omega}$.
 - ${}^0 \text{Papež}$ zde má výskyt *de dicto*, ačkoliv je v Kompozici s proměnnými w, t , proč?
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0 \text{Moudrý}_{w_1 t_1} {}^0 \text{Papež}_{w_1 t_1}]]]$
 - má výskyt v generickém λ -kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$, tedy úřad není extensionalizován vzhledem ke stavu světa w, t , ve kterém vyhodnocujeme
- Tom si o papeži myslí, že (on) je moudrý
 - Tedy Tom si o tom *individuu*, které aktuálně zastává úřad papeže myslí, že je moudré – význam výrazu „papež“ se vyskytuje v supozici *de re*

Domněnkové věty de re

- Tom si o papeži myslí, že (on) je moudrý
 - $\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0 \text{Moudrý}_{w_1 t_1} {}^0 \text{Papež}_{wt}]]] ???$
 - $\text{Myslí}/(\text{o} \iota \text{o}_{\tau\omega})_{\tau\omega}$; $\text{Moudrý}/(\text{o} \iota)_{\tau\omega}$; $\text{Papež}/\iota_{\tau\omega}$.
 - **Stále de dicto !!!** Výskyt v generickém λ -kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$. Pokud papež v daném w, t neexistuje, má Tom vztah k degenerované propozici, což může být pravda – není zde existenční presupozice
 - Je nutno konstrukci ${}^0 \text{Papež}_{wt}$ „vytáhnout ven“ z generického kontextu $(\lambda w_1 \lambda t_1)$
- Dva způsoby:
 - a) **Papež má tu vlastnost, že si o něm Tom myslí, že je moudrý**
 - b) **Aplikace substituční metody, „přímo“**

Domněnkové věty *de re*

- a) Necht' MTM je vlastnost individuí, že Tom si o nich myslí, že jsou moudrá

Pak „hrubá analýza“ naší věty je: $\lambda w \lambda t [{}^0MTM_{wt} {}^0Papež_{wt}]$

$${}^0MTM = \lambda w \lambda t \lambda x [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} x]]]$$

Aplikujeme na ${}^0Papež_{wt}$:

$$\lambda w \lambda t [\lambda x [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} x]]] {}^0Papež_{wt}]$$

Papež patří do množiny těch individuí, o kterých si Tom myslí, že jsou moudrá. Je to korektní analýza případu *de re*.

OK, ale co když uděláme β -redukci? Dostaneme:

$$\lambda w \lambda t [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w \lambda t [{}^0Moudrý_{wt} {}^0Papež_{wt}]]]$$

Obdrželi jsme analýzu případu *de dicto*! Kde je chyba?

Především, došlo ke *kolizi proměnných*, musíme přejmenovat:

$$\lambda w \lambda t [{}^0Myslí_{wt} {}^0Tom [\lambda w_1 \lambda t_1 [{}^0Moudrý_{w_1 t_1} {}^0Papež_{wt}]]]$$

Ale opět výskyt konstrukce 0Papež v supozici *de dicto*! Kde je chyba?

Problém spočívá v tom, že jsme provedli β -redukci *jménem*, ta není v logice parciálních funkcí (jakou je TIL) ekvivalentní

Domněnkové věty de re

- a) „Papež má tu vlastnost, že si o něm Tom myslí, že je moudrý“:

$\lambda w \lambda t [\lambda x [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} x]]] {}^0 \text{Papež}_{wt}]$

- b) „Tom si o papeži myslí, že (on) je moudrý“:

$\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Myslí}_{wt} {}^0 \text{Tom} {}^2 [{}^0 \text{Sub} [{}^0 \text{Tr} {}^0 \text{Papež}_{wt}] {}^0 \text{on}$
 ${}^0 [\lambda w \lambda t [{}^0 \text{Moudrý}_{wt} \text{on}]]]]]$

Jsou tyto dvě konstrukce procedurálně isomorfní?

Jinými slovy, jsou věty ad a), b) synonymní?

Dodatečné typy:

$\text{Sub}/(*_n *_n *_n *_n)$: operuje na konstrukcích,
 $[{}^0 \text{Sub } co \text{ za-co } kam]$, výsledkem je upravená konstrukce.

$\text{Tr}/(*_n \iota)$: konstruuje Trivializaci individua na vstupu (dodá
„pointer“ na to individuum)

Procedurální isomorfismus

- Zřejmě budeme potřebovat různá kritéria procedurálního isomorfismu (a tedy i synonymie) dle toho, jakým diskursem se zabýváme
- Přirozený jazyk – neužíváme λ -vázané proměnné
 - Nejprísnější kritérium: α -konverze + významové postuláty pro konstanty (Churchovo A0)
- Jazyk matematiky nebo programovací jazyk – proměnné hrají velkou roli

Existenční generalizace

- *Extensionální kontext* – pouze zde může hrát roli parcialita: aplikace funkce $f \rightarrow (\alpha\beta)$ na argument $a \rightarrow \alpha$ může selhat, pokud je f na a nedefinována ($x \rightarrow \alpha$):
 - $[{}^0\text{Proper } [f a]] \vdash \neg[\text{Empty } \lambda x [f x]] \vdash [{}^0\exists \lambda x [f x]]$
- *Intensionální kontext* – můžeme odvodit, že existuje funkce f , která je objektem predikace, ale ne její hodnota
 - Tom hledá sněžného muže \neq existuje sněžný muž
 - Logika není magie 😊

Existenční generalizace

- Tom hledá sněžného muže
- -----
- Tom něco hledá
(existuje něco, co Tom hledá)
- $\lambda w \lambda t [{}^0 Hledat_{wt} {}^0 Tom [{}^0 Snezny {}^0 Muz]]$
- $\lambda w \lambda t [{}^0 \exists \lambda p [{}^0 Hledat_{wt} {}^0 Tom p]]$
 - $Hledat/(o_1(o_1)_{\tau\omega})$: vztah individua k *vlastnosti*, že chce najít její instance, $Snezny/((o_1)_{\tau\omega}(o_1)_{\tau\omega})$: modifikátor vlastnosti, $Muž/(o_1)_{\tau\omega}$, $p \rightarrow_v (o_1)_{\tau\omega}$

Existenční generalizace

Tom hledá sněžného muže
Sněžný muž je Yeti

----- ???

Tom hledá Yetiho

- Druhá premisa je míněna *de dicto*, jako identita vlastnosti
- Avšak úsudek není platný, Tom může hledat sněžného muže, aniž by hledal yetiho. Proto potřebujeme i zde *hyperintensionální analýzu*
- *Kvantifikace do hyperintensionálních kontextů – příští přednáška*