evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inteligentní systémy (TIL)

Přednáška 8

Marie Duží

http://www.cs.vsb.cz/duzi/

Příklady ze cvičení

1. *Analyzujte* následující úsudek (a) *intensionálně*, (b) *hyperintensionálně* a zdůvodněte, při které analýze je úsudek platný**:**

   Tom hledá sněžného muže.
   Sněžný muž je Yetti.

   Tom hledá Yettiho.

- *Pozn.*: druhá premisa je myšlena *de dicto*, tj. jako zadávající *identitu vlastnosti být sněžným mužem* a *být Yettim*, avšak výrazy „sněžný muž“ a „Yetti“ nejsou synonymní.
- *Snezny*/$((o\iota)_{\tau\omega}(o\iota)_{\tau\omega})$: modifikátor vlastnosti, *Muz, Yetti*/$(o\iota)_{\tau\omega}$, [^{0}*Snezny* ^{0}*Muz*] $\rightarrow (o\iota)_{\tau\omega}$

ad a) Intenzionální hledání je vztah k vlastnosti, jejíž instance chce Tom nalézt, tj. *Hledat*/$(o\iota(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$.

ad b) Hyperintenzionální hledání je vztah ke *konstrukci* vlastnosti, jejíž instance chce Tom nalézt, tj. *Hledat**/$(o\iota*_n)_{\tau\omega}$.

Příklady

a) *Intenzionální hledání*

- $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]]$
- $[{}^0{=}\ [{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]\ {}^0 Yetti]$
- --
- $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ {}^0 Yetti]]$
  - $=/(o(o\iota)_{\tau\omega}(o\iota)_{\tau\omega})$ je identita *vlastnosti*, tj. můžeme použít Leibnizův zákon substituce identit
  - *Úsudek je platný*

Příklady

b) *Hyperintenzionální hledání*

- $\lambda w \lambda t\ [^0 Hledat^*_{wt}\ ^0 Tom\ ^0[^0 Snezny\ ^0 Muz]]$
- $[^0{=}\ [^0 Snezny\ ^0 Muz]\ ^0 Yetti]$
- ---
- $\lambda w \lambda t\ [^0 Hledat^*_{wt}\ ^0 Tom\ ^{00} Yetti]]$
  - =/$(o(o\iota)_{\tau\omega}(o\iota)_{\tau\omega})$ je identita *vlastnosti*, ale Tom má vztah ke konstrukci té vlastnosti. Nemůžeme použít Leibnizův zákon substituce identit
  - *Úsudek je neplatný*
  - *Aby byl platný, musela by druhá premisa stanovit identitu (nebo procedurální isomorfii) konstrukcí:*
  - $[^0{=}^*\ ^0[^0 Snezny\ ^0 Muz]\ ^{00} Yetti]$ $\quad$ $=^*/(o *_n *_n)$
  - *tj. výrazy „sněžný muž“ a „yetti“ by musely být striktně synonymní. Ale to nejsou, jsou pouze ekvivalentní*

Příklady

2. Dokažte platnost úsudku, a to pro obojí případ, tj. jak intensionální tak hyperintensionální:

   Tom hledá sněžného muže.

   Tom hledá něco sněžného.

a) Intenzionální hledání

- $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]]$
- ---
- $\lambda w \lambda t\ [{}^0 \exists \lambda p\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ p]]]$

1. $[{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]]$ — předpoklad
2. $[\lambda p\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ p]]\ {}^0 Muz]$ — λ-abstrakce
3. $\neg[{}^0 Empty\ \lambda p\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ p]]$ — definice Kompozice
4. $[{}^0 \exists \lambda p\ [{}^0 Hledat_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Snezny\ p]]$ — existenční generalizace

Hyperintensionální hledání

Dokažte platnost úsudku, a to pro obojí případ, tj. jak intensionální tak hyperintensionální:

Tom hledá sněžného muže.

Tom hledá něco sněžného.

a) Hyperintenzionální hledání

- $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ {}^0[{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]]$
- --
- $\lambda w \lambda t\ [{}^0\exists \lambda p\ [{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Sub\ [{}^0 Tr\ p]\ {}^0 q\ {}^0[{}^0 Snezny\ q]]]]$

1. $[{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ {}^0[{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]]$ předpoklad
2. $[\lambda p\ [{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Sub\ [{}^0 Tr\ p]\ {}^0 q\ {}^0[{}^0 Snezny\ q]]]\ {}^0 Muz]$ λ-abst.
3. $\neg[{}^0 Empty\ \lambda p\ [{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Sub\ [{}^0 Tr\ p]\ {}^0 q\ {}^0[{}^0 Snezny\ q]]]$ def. Komp.
4. $[{}^0\exists \lambda p\ [{}^0 Hledat^*_{wt}\ {}^0 Tom\ [{}^0 Sub\ [{}^0 Tr\ p]\ {}^0 q\ {}^0[{}^0 Snezny\ q]]]$ exist. kv.

$[{}^0 Sub\ [{}^0 Tr\ p]\ {}^0 q\ {}^0[{}^0 Snezny\ q]] =_v (Muz/p)\ {}^0[{}^0 Snezny\ {}^0 Muz]$ def. *Sub* a *Tr*

hyperintensionální kontext

- *Celá konstrukce C* je objektem predikace (argumentem), tedy její výstup – funkce, kterou konstruuje, pokud vůbec něco, je irelevantní
- *konstrukce C* není *užita* v módu provádění, ale její výskyt je pouze *zmíněn (displayed)*
- *Všechny podkonstrukce C (včetně proměnných) jsou pouze zmíněny hyperintensionálně, nejsou v módu provádění*
- Jak tedy pracovat s konstrukcí *C*, jejíž výskyt je hyperintensionální? Jak budeme operovat na hyperintensionálním kontextu?
- *Substituční metoda* !!!

Příklady ze cvičení

Analyzujte a dokažte platnost:

Tom řeší rovnici Sin(x)=0.

Tom něco řeší.

- $Resit/(o\iota*_1)_{\tau\omega}$: *vztah individua (zde Tom) ke konstrukci, o které chce zjistit, co konstruuje.*
- $c/*_2 \rightarrow_v *_1$; ${}^0[\lambda x\ [[{}^0Sin\ x] = 0]]\ /*_2 \rightarrow_v *_1$;
  $[\lambda x\ [[{}^0Sin\ x] = 0]]\ /*_1 \rightarrow_v (o\tau)$;
- $\lambda w\lambda t\ [{}^0Resit_{wt}\ {}^0Tom\ {}^0[\lambda x\ [[{}^0Sin\ x] = 0]]]$

  $\lambda w\lambda t\ \exists c\ [{}^0Resit_{wt}\ {}^0Tom\ c]$

Logika postojů

1. „propoziční" postoje
   - Tom Att_1 (věří, ví, myslí si), že *P*
   - a) $Att_1/(o\iota o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vztah individua k *propozici*
   - b) $Att_1^*/(o\iota *_n)_{\tau\omega}$: vztah individua k *hyperpropozici*
2. „pojmové" postoje
   - Tom Att_2 (hledá, nachází, řeší, chce být, myslí na, …) *P*
   - a) $Att_2/(o\iota \alpha_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vztah individua k *intenzi*
   - b) $Att_2^*/(o\iota *_n)_{\tau\omega}$: vztah individua k *hyperintenzi*

- Oba druhy ještě ve dvou variantách: *de dicto* a *de re*
  - *De re*: Tom o něčem Att_1, že *P*

Logika postojů: (hyper-)propoziční

- *Postoje doxastické (doxa je řecky mínění) jsou reprezentovány větami tvaru*

  „Osoba a se domnívá (věří, myslí si, pochybuje, zda …) že P“,
- *kdežto postoje epistémické (epistémé je řecky poznání) jsou vyjádřen větami tvaru*

  „Osoba a ví, že P“.
- *Epistémické postoje se chovají jistým způsobem odlišně od postojů doxastických (neboť to, co je věděno, musí být pravda, jsou to tzv. faktiva), ale jinak jsou podstatné problémy logické analýzy sdíleny oběma druhy.*

(hyper-)propoziční postoje

a) Vedlejší věta je *matematická* nebo *logická*.

„*Karel se domnívá, že všechna prvočísla jsou lichá.*“

b) Vedlejší věta je *analyticky pravdivá (nepravdivá)* a obsahuje empirické výrazy.

„*Karel není přesvědčen, že velryby jsou (nutně) savci.*“

c) Vedlejší věta je sice empirická, ale *obsahuje matematické výrazy*.

„*Karel souhlasí, že počet obyvatel Prahy je 1048576.*“

d) Vedlejší věta je *empirická* a *neobsahuje matematické výrazy*.

„*Karel si myslí, že Praha je západně od Plzně.*“

(hyper-)propoziční postoje

- V případech a) – c) nemáme na vybranou: hyperintenzionální.

Ad a) „Karel se domnívá, že všechna prvočísla jsou lichá.“

$$\lambda w \lambda t\ [{}^0Domnívat^*_{wt}\ {}^0Karel\ {}^0[[{}^0All\ {}^0Prime]\ {}^0Lichá]]$$

  - Typy: *All*/((ο(οτ))(οτ)): omezený kvantifikátor, který dané množině čísel přiřadí množinu všech jejích nadmnožin; *Prime*, *Lichá*/(οτ); *Domnívat**/$(o\iota *_1)_{\tau\omega}$.
- Kdyby analýza nebyla hyperintensionální, pak by z této věty plynulo, že Karel se domnívá každou analytickou Nepravdu – „paradox idiocie“.
  - Např. „Karel se domnívá, že 1+1=3“
- Častěji se uvádí problém epistémických logik – *paradox logicko/ matematické vševědoucnosti*

Karel ví, že 1+1=2

1+1=2 ⇔ aritmetika přirozených čísel je nerozhodnutelná

Karel ví, že aritmetika přirozených čísel je nerozhodnutelná

(hyper-)propoziční postoje

- Jakmile je vedlejší věta v domněnkové větě matematická, je příslušný postoj nutně hyperintenzionální, tj. citlivý na způsob zadání pravdivostní hodnoty.
- Nezapomínejme, že všechny pravdivé matematické věty označují **T** a všechny nepravdivé **F**. A domnívat se, že **T** nebo že **F** nedává smysl.
- To, co je na matematice zajímavé, jsou právě *konstrukce*, které nejrozmanitějším způsobem vedou k pravdivostní hodnotě.

(hyper-)propoziční postoje

b) Postoj k analyticky pravdivé (analyticky nepravdivé) větě je hyperintensionální, jinak bychom obdrželi variantu paradoxu vševědoucnosti (idiocie)

- Analyticky pravdivé (nepravdivé) věty označují propozici *TRUE (FALSE),* která je pravdivá (nepravdivá) ve všech *w, t.*
- Př.: *Velryba je savec.*
  - Čteme ***de dicto***, tj. ne tak, že určitá jedna velryba má vlastnost být savcem, ale že *vlastnost být savcem je rekvizitou vlastnosti být velrybou.*
- *Rekvizita*/$(o(o\iota)_{\tau\omega}(o\iota)_{\tau\omega})$; *Savec, Velryba*/$(o\iota)_{\tau\omega}$.

$\lambda w \lambda t\ [\neg[{}^0 Domnívat^*_{wt}\ {}^0 Karel\ {}^0[{}^0 Rekvizita\ {}^0 Savec\ {}^0 Velryba]]$

Rekvizity

- Jak definujeme relaci rekvizity?

$^0Rekvizita$ =

$\lambda pq\ [\forall w \forall t\ \forall x\ [[^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [q_{wt}\, x]] \supset [^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [p_{wt}\, x]]]]$

$p,q \rightarrow_v (o\alpha)_{\tau\omega};\ x \rightarrow_v \alpha$

$[^0Rekvizita\ ^0Savec\ ^0Velryba]$ =

$[\forall w \forall t\ \forall x\ [[^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [^0Velryba_{wt}\, x]] \supset [^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [^0Savec_{wt}\, x]]]]$

True nám ošetří parcialitu:

Přestal kouřit |= kouřil, nepřestal kouřit |= kouřil, tedy pokud nekouřil, nemůže být pravda ani že přestal ani že nepřestal – *presupozice !!!*

$[^0Rekvizita\ ^0Přestal\_kouřit\ ^0Kouřil]$ =

$[\forall w \forall t\ \forall x\ [[^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [^0Přestal\_kouřit_{wt}\, x]] \supset [^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [^0Kouřil_{wt}\, x]]]]$

$[^0Rekvizita\ ^0Nepřestal\_kouřit\ ^0Kouřil]$ =

$[\forall w \forall t\ \forall x\ [[^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ \neg[^0Přestal\_kouřit_{wt}\, x]] \supset [^0True_{wt}\ \lambda w \lambda t\ [^0Kouřil_{wt}\, x]]]]$

Prerekvizita !!!

True, *False*, *Undef*: vlastnosti propozic

True, False, Undef/$(oo_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vlastnosti propozice, že je v daném *w,t* pravdivá, nepravdivá, nedefinovaná.

$P \rightarrow_v o_{\tau\omega}$

- $[{}^0True_{wt}\, P]$ = **T**, pokud P_{wt}, jinak **F.**
- $[{}^0False_{wt}\, P]$ = **T**, pokud $\neg P_{wt}$, jinak **F.**
- $[{}^0Undef_{wt}\, P]$ = **T**,
  pokud $[\neg[{}^0True_{wt}\, P] \wedge \neg[{}^0False_{wt}\, P]]$, jinak **F.**
- $\neg[{}^0True_{wt}\, P] = [{}^0False_{wt}\, P] \vee [{}^0Undef_{wt}\, P]$
- $\neg[{}^0False_{wt}\, P] = [{}^0True_{wt}\, P] \vee [{}^0Undef_{wt}\, P]$

Jsou užitečné pro ošetření parciality

Hyperpropoziční postoje

Karel souhlasí, že počet obyvatel Prahy je 1048576

1048576 (dek) = 100000 (hexa)

--- ???

Karel souhlasí, že počet obyvatel Prahy je 100000 (hexa)

- ale to neplyne, proto

$\lambda w \lambda t\, [{}^0\mathit{Souhlasit}^*_{wt}\ {}^0\mathit{Karel}\ {}^0[\lambda w \lambda t\, [{}^0\mathit{Počet}\ [{}^0\mathit{Obyvatel}_{wt}\ {}^0\mathit{Praha}]] = {}^0\mathit{1048576}]]$

- *Počet*/$(\tau(o\iota))$; *Obyvatel(něčeho)*/$((o\iota)\iota)_{\tau\omega}$; *Praha*/$\iota$; *Souhlasit**/$(o\iota{*_n})_{\tau\omega}$.

Pozn.: Nejde zde o rozdíl ve způsobu *zápisu* daného čísla, nýbrž o rozdíl ve způsobu, jak je *konstruováno*:

- 1048576 (dek) = $1.10^6 + 0.10^5 + 4.10^4 + 8.10^3 + 5.10^2 + 7.10^1 + 6.10^0$
- 1000000 (hexa) = $1.16^5 + 0.16^4 + 0.16^3 + 0.16^2 + 0.16^1 + 0.16^0$

Propoziční postoje

Karel se domínvá, že Praha je západně od Plzně

$\lambda w \lambda t\ [{}^0 Domnívat_{wt}\ {}^0 Karel\ \lambda w \lambda t\ [{}^0 Západně_{wt}\ {}^0 Praha\ {}^0 Plzeň]]$

Domnívat/$(o\iota o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$; *Západně*/$(o\iota\iota)_{\tau\omega}$.

Intenzionální postoj se týká tohoto stavu světa, nezávisle na tom, jakým způsobem je popsán (konceptualizován) – např. ekvivalentní popis je dán větou „*Plzeň je východně od Prahy*“, apod.

Je-li Karel přesvědčen, že tento stav světa je aktuální, pak při cestě do Plzně z Prahy se bude orientovat na západ, při cestě z Prahy do Plzně se bude orientovat na východ. Řídí se vždy nestrukturovaným důsledkem svého přesvědčení o stavu světa.

Je tomu skutečně tak? Nemůže Karel sice připustit, že si myslí o Praze, že je západně od Plzně, ale zároveň odmítne myslet si, že Plzeň je východně od Prahy? Znamenalo by to, že Karel si odporuje? Jistě tehdy, kdyby se jeho postoj týkal propozice.

Avšak je tu druhá možnost: Karel se může vztahovat ke způsobu (tj. konstrukci), jakým je propozice zadána.

Konstrukce $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Západně_{wt}\ {}^0 Praha\ {}^0 Plzeň]$ je prostě *jiná konstrukce* než např. (ekvivalentní) konstrukce $\lambda w \lambda t\ [{}^0 Východně_{wt}\ {}^0 Plzeň\ {}^0 Praha]$.

Postoje k propozici (implicitní znalosti)

Tom se domnívá, že Praha je větší než Brno

Tom se domnívá, že Brno je menší než Praha

$$\lambda w \lambda t\ [{}^0 Domnívat_{wt}\ {}^0 Tom\ [\lambda w \lambda t\ [{}^0 Větší_{wt}\ {}^0 Praha\ {}^0 Brno]]]$$

$$\lambda w \lambda t\ [{}^0 Domnívat_{wt}\ {}^0 Tom\ [\lambda w \lambda t\ [{}^0 Menší_{wt}\ {}^0 Brno\ {}^0 Praha]]]$$

- Na rozdíl od explicitního postoje hyperintenzionálního je nyní *Domnívat(se)*/$(o\iota o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$: vztah individua k *propozici*.

Postoje k propozici (implicitní znalosti)

Důkaz: Dodatečné typy: $x, y \rightarrow_v \iota$; $=_o/(ooo)$: identita pravdivostních hodnot; $=_{((o\tau)\omega)}/(oo_{\tau\omega}o_{\tau\omega})$: identita propozic.

Ve všech $\langle w, t\rangle$ zachovávají následující kroky pravdivost:

1. $[{}^0Domnívat_{wt}\ {}^0Tom\ [\lambda w\lambda t\ [{}^0Větší_{wt}\ {}^0Praha\ {}^0Brno]]]$ předp.
2. $\forall w\forall t\ \forall x\ y\ [[{}^0Větší_{wt}\ x\ y] =_o [{}^0Menší_{wt}\ y\ x]]$ axiom
3. $[[{}^0Větší_{wt}\ {}^0Praha\ {}^0Brno] =_o [{}^0Menší_{wt}\ {}^0Brno\ {}^0Praha]]$ E$\forall$, 2
4. $\forall w\forall t\ [[{}^0Větší_{wt}\ {}^0Praha\ {}^0Brno] =_o [{}^0Menší_{wt}\ {}^0Brno\ {}^0Praha]]$ Z$\forall$, 3
5. $[\lambda w\lambda t\ [{}^0Větší_{wt}\ {}^0Praha\ {}^0Brno] =_{((o\tau)\omega)} \lambda w\lambda t\ [{}^0Menší_{wt}\ {}^0Brno\ {}^0Praha]]$ Zλ, 4
6. $[{}^0Domnívat_{wt}\ {}^0Tom\ [\lambda w\lambda t\ [{}^0Menší_{wt}\ {}^0Brno\ {}^0Praha]]]$ subst. id., 1, 4

Krok 5) si možná vyžaduje vysvětlení. Platí-li nutně, ve všech $\langle w, t\rangle$, rovnost pravdivostních hodnot konstruovaných Kompozicemi $[{}^0Větší_{wt}\ {}^0Praha\ {}^0Brno]$ a $[{}^0Menší_{wt}\ {}^0Brno\ {}^0Praha]$, musí být také identické propozice konstruované Uzávěrem v kroku 5).

Propoziční postoje

Dva extrémy:

Hyperintensionální postoj (*explicitní znalost*): agent je „logický idiot“

Intensionální postoj (*implicitní znalost*):
agent je logicky vševědoucí

Možné řešení: ***komputační znalost***

Vezmeme v úvahu, jaká pravidla odvozování daný agent ovládá a budeme počítat, co si může odvodit, pokud daná pravidla bude správně aplikovat

Funkce $Inf(R)/((o*_n)(o*_n))$: přiřadí vstupní množině konstrukcí Γ množinu těch konstrukcí, které jsou odvoditelné z Γ pomocí množiny pravidel R.

- $Inf(R)$: $\lambda d\, \lambda c\, [[d\ c] \vee \exists r\, [[{}^0R\ r] \wedge (d \vdash_r c)]]$
- ‘$(d \vdash_r c)$’ je notace pro $[[r\ d] = c]$.

$c \to_v *_n$, $d \to_v (o*_n)$, $R/(o(*_n(o*_n)))$ množina pravidel, $r \to_v (*_n(o*_n))$ *v*-konstruuje prvek R, tj. určité pravidlo.

Propoziční postoje – komputační znalost

- *Inf*(R) je *sub-klasická*: je-li φ odvozeno z Γ, pak φ z Γ vyplývá, tj.,
  [*Inf*(R) Γ] $\subseteq$ [*Cn* Γ], *kde* [*Cn* Γ] je množina všech logických důsledků Γ
- *Inf*(R) je *reflexivní*: $\Gamma \subseteq$ [*Inf*(R) Γ]
  - ("*agent* nezapomíná, co už ví").

Důsledek:

- *Inf*(R) je *monotoní*:
  je-li $\Gamma \subseteq \Gamma'$ pak [*Inf*(R) Γ] $\subseteq$ [*Inf*(R) Γ'].

Propoziční postoje – komputační znalost

Inf(*R*) je *shora omezená*:

- $K_0(a)_{wt} = K^{exp}(a)_{wt}$,
- $K_1(a)_{wt} = [Inf(R)\ K^{exp}(a)_{wt}]$,
- $K_2(a)_{wt} = [Inf(R)\ K_1(a)_{wt}]$, …,
  - $K_1(a)_{wt} \subseteq K_2(a)_{wt} \subseteq K_3(a)_{wt}$ …

Existuje nejmenší fixed point – komputační (inferovatelná) znalost: $K^{inf}(a)_{wt} = \mu\ \lambda x\ [Inf(R)\ [x \cup K^{exp}(a)_{wt}]]$

- $K^{exp}(a)_{wt}$ $\subseteq$ $K^{inf}(a)_{wt}$ $\subseteq$ $K^{imp}(a)_{wt}$
  idiot racionální vševědoucí