2. cvičení (logika)

1. Negujte: (slovně i formálně)

   Budu se procházet nebo si zazpívám

   Pavel nefandí ani Spartě ani Slavii

   Je-li středa, je schůze

   Jestliže se budu hodně učit nebo budu mít štěstí, pak udělám zkoušku

   Jestliže se budu pilně učit, pak uspěju zkoušky nebo budu mít pech

   Jestliže bude zítra třetí světová válka, pak zahyne více než tři miliony lidí

   Dám Ti facku, když mě oklameš

   Bude-li pěkné počasí a nepokazí-li se nám auto, pojedeme na pláž a budeme se koupat

2. Mohou být všechny tři výroky zároveň pravdivé? (Je tato množina splnitelná?)

   Právě tehdy, neprospěji-li u zkoušky, budu muset o dovolené studovat

   Prospěji u zkoušky

   Není pravda, že u zkoušky uspěju nebo budu muset o dovolené studovat

3. Upravte (Co jsme vlastně řekli?):

   Není-li Londýn větší než Oxford, pak není pravda, že je-li Londýn větší než Oxford, pak není pravda, že Londýn není větší než Oxford.

4. Přátelé se scházejí k oslavě, tři z nich však chybí: Jiří, Karel a Milan. Bylo řečeno:

   Nepřijde-li Jiří, nepřijde ani Karel. Přijde-li Jiří, pak přijde Karel i Milan.

   Jak lze odpovědět na **otázku**: Milan přijde, jestliže přijde Karel?

5. Hádanka: Na fakultu přišli dva sponzoři, A a B.

   Sponzor A nabízí: Jestliže řeknete pravdivý výrok, dám vám 10 Kč.

   Jestliže řeknete nepravdivý výrok, dám vám částku různou od 10 Kč.

   Sponzor B: Ať řeknete pravdu nebo nepravdu, dám vám víc než 10 000 Kč.

   Otázka: Který sponzor je štědřejší? Jak získat jakoukoli částku, třeba 10000000 Kč?

6. Najděte UNDF, UNKF: $(p \vee q) \supset (\neg p \wedge q)$,

   $$(p \wedge q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)],$$

   $$[(p \supset q) \wedge \neg q] \supset \neg p$$

   Co z nich vyplývá? (Stanovte jejich logické důsledky)

7. Ověřte platnost úsudku:

   Je-li X otcem Jirky a má krevní skupinu A a také Jirkova matka má krevní skupinu A, pak Jirka má skupinu A nebo 0.

   Pan X i Jirkova matka mají krevní skupinu A.

   Jirka nemá ani skupinu A ani skupinu 0.

   _____

   Pan X není otcem Jirky.

8. Ověřte platnost úsudku:

   Jestliže studuju, dosáhnu dobrého postavení.

   Jestliže nestuduju, užívám si.

   _____

   Buď dosáhnu dobrého postavení, nebo si užívám.

9. Ověřte platnost úsudku:

   Jestliže pracuju, pak vydělávám peníze, ale jsem-li líný, pak si užívám.

   Buď pracuju nebo jsem líný.

   Nicméně, jestliže pracuju, potom si neužívám, zatímco jestliže jsem líný, potom nevydělávám peníze.

   _____

   Proto si užívám.

10. **<u>Úsudky</u>** (Ověřte správnost / nesprávnost, v případě nesprávného „spravte“):

a) tabulkově, **b)** sporem, **c)** rezoluční metodou

71. Neběží-li motor, je vada v motoru nebo nejde proud.
Je-li vada v motoru, je třeba volat opraváře.
Proud jde.

Neběží-li motor, je třeba volat opraváře.

72. Je doma nebo odešel do kavárny.
Jestliže je doma, pak vás očekává.

Jestliže vás neočekává, pak odešel do kavárny

73. Není pravda, že uchazeč umí anglicky i německy.
Uchazeč neumí anglicky.

Uchazeč neumí německy.

74. Jestliže studuji, dosáhnu dobrého postavení.
Jestliže nestuduji, pak si užívám.

Buď dosáhnu dobrého postavení nebo si užívám.

75. Jestliže pracuji, potom vydělávám peníze, ale jestliže jsem líný, pak si užívám.
Buď pracuji nebo jsem líný.
Nicméně, jestliže jsem líný, pak nevydělávám, zatímco jestliže pracuji, pak si neužívám.

Proto si užívám.

76. Je-li pan X otcem Jirky a má krevní skupinu A a také Jirkova matka má krevní skupinu A, pak Jirka má některou z krevních skupin A nebo 0.
Pan X i Jirkova matka mají krevní skupinu A.
Jirka nemá krevní skupinu A.
Jirka nemá krevní skupinu 0.

Pan X není otcem Jirky.

8. **Co vyplývá** z následujících předpokladů?

Karel pojede autobusem nebo vlakem.
Jede-li Karel autobusem nebo svým vozem, pak přijede pozdě a zmešká schůzku.
Karel nepřišel pozdě.

Rezoluce ve výrokové logice využívá pravidlo rezoluce (A, B, C jakékoli formule):

$(A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$

$A \vee B$

Je-li C pravdivá, pak $\neg C$ je nepravdivá, tedy B je pravdivá. Je-li C nepravda, pak A je pravda. V každém případě, je-li pravdivá formule nad čarou, je pravdivá i formule pod čarou – pravidlo zachovává splnitelnost.

Rezoluční důkaz je důkaz popřením. (Logickou) pravdivost formule dokážeme tak, že dokážeme nesplnitelnost její negace. Negovanou formuli převedeme do konjunktivní normální formy, jednotlivé klauzule (disjunkce literálů) zapíšeme pod sebe. V případě úsudku přidáme negovaný závěr k předpokladům a dokážeme nesplnitelnost vzniklé množiny formulí.

Příklad:

Je doma nebo odešel do kavárny.
Jestliže je doma, pak vás očekává.

Jestliže vás neočekává, pak odešel do kavárny

d – doma, k – kavárna, o – očekává

1. $d \vee k$
2. $\neg d \vee o$ $(d \supset o)$
3. $\neg o$
4. $\neg k$
5. d 1. a 4.
6. o 2. a 5.
7. 3. a 6.

Prázdná klauzule je nesplnitelná, tedy množina 1. – 4. je nesplnitelná, tedy úsudek je správný.