Riceova věta

Věta. Každá netriviální vstupně/výstupní vlastnost programů je nerozhodnutelná.

Vstupně/výstupní vlastnost Turingova stroje M je …
plně určena I/O tabulkou stroje M (vstupně-výstupní funkcí f_M).

Vstup	Výstup (či nedef.)
ε	001
0	$\perp$
1	1110
00	1000000001
01	$\perp$
10	1010
…	…

Které vlastnosti jsou vstupně/výstupní?

a/ Zastaví se M na řetězec 001 ?

b/ Má M více než sto stavů ?

c/ Má v nějakém případě výpočet stroje M více kroků než tisícinásobek délky vstupu ?

d/ Platí, že pro libovolné n se M na vstupech délky nejvýše n vícekrát zastaví než nezastaví ?

e/ Zastaví se M na každém vstupu w za méně než $|w|^2$ kroků?

f/ Je pravda, že pro lib. vstupní slovo M realizuje jeho zdvojení ?

g/ Je pravda, že M má nejvýše sto stavů nebo více než sto stavů ?

A které vlastnosti jsou triviální?

Složitost algoritmů, O-notace

Přirozeně lze chápat

časovou složitost Turingova stroje M jako funkci $T_M : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

tak, že $T_M(n)$ udává počet kroků výpočtu stroje M nad vstupem velikosti (tj. délky) n v *nejhorším případě* (worst-case complexity).

- $f(n) \in O(g(n))$ ...
- $f(n) \in o(g(n))$ ...
- $f(n) \in \Theta(g(n))$ ...

Třídy složitosti, třída PTIME

Třída PTIME je množina problémů řešitelných algoritmy s polynomiální časovou složitostí.

Robustnost třídy PTIME: mezi rozumnými výpočetními modely existují (vzájemné) polynomiální simulace,

Obecné metody návrhu (polynomiálních) algoritmů

- Prohledávání (jistého „prostoru“)
- Metoda „rozděl a panuj“
- Dynamické programování
- Hltavé (greedy) algoritmy (u optimalizačních problémů)

Řešení rekurentních rovnic (pro rozděl a panuj)

Věta.
Nechť $a \geq 1$, $b > 1$ jsou konstanty, f je funkce (typu $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$) a pro funkci $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ platí rekurentní vztah

$$T(n) = aT(n/b) + f(n).$$

Pak platí:

1. Je-li $f(n) = O(n^c)$ a $c < \log_b a$, pak $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$.
2. Je-li $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, pak $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \cdot \log n)$.
3. Je-li $f(n) = \Theta(n^c)$ a $c > \log_b a$, pak $T(n) = \Theta(n^c)$.