

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

DATUM: 24. listopadu 2010

LOGIN STUDENTA:

Zápočtová písemka z předmětu „Teorie her“

Doba trvání: **45 minut**

Max. zisk: **30 bodů**

Příklad [1] (7 bodů): Uvažujme hru, kde dva hráči střídavě odebírají sirky z hromádky sirek. Hra začíná s n sirkami, jako první odebere nějaký počet sirek hráč I, pak hráč II, pak opět hráč I, atd. V jednom tahu může hráč odebrat 1, 4 nebo 5 sirek. Vyhraje hráč, který vezme poslední sirku, tj. hráč, který nemůže táhnout, prohrál.

- a) Pro všechna $n \in \mathbb{N}$ určete, zda jde o P -pozici nebo N -pozici.
- b) Pro všechna $n \in \mathbb{N}$ určete hodnotu Sprague-Grundyovy funkce.
- c) Určete, zda je pozice s 19 sirkami vítězná pro hráče I nebo hráče II a pro tohoto hráče uveďte jeho vítězný tah v této pozici.

Příklad [2] (7 bodů): Vyřešte následující maticovou hru při použití *ryzích* strategií, tj. najděte nějakou optimální ryzí strategii hráče I, nějakou optimální ryzí strategii hráče II, a určete dolní a horní cenu hry při použití ryzích strategií. Určete, zda v této hře existuje sedlový bod.

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 6 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Příklad [3] (7 bodů): Vyřešte následující maticovou hru při použití *smíšených* strategií, tj. najděte nějakou optimální smíšenou strategii hráče I, nějakou optimální smíšenou strategii hráče II, a určete cenu hry.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 3 \\ 8 & 5 & 9 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Nápověda: Pomocí odstranění dominovaných strategií zredukujte hru na hru velikosti 2×2 a tu vyřešte.

Příklad [4] (9 bodů): V následující hře hrají dva hráči se čtyřmi kartičkami, na kterých jsou napsaná čísla 1, 2, 3 a 4 (na každé kartičce jedno číslo). Hráč I vybere jednu z kartiček a položí ji na stůl číslem dolů tak, aby hráč II neviděl, jaké číslo je na ni napsáno (hráč I vidí, jaká čísla jsou na jednotlivých kartičkách napsaná). Hráč II zkusí uhodnout, jaké číslo je na položené kartičce napsáno. Poté hráči položenou kartičku otočí a hráč II uvidí, jaké číslo je na ni napsáno. Pokud uhodl správně, hráč I mu zaplatí částku $(i^2 - 2i + 5)$ Kč, kde i je hodnota napsaná na kartičce, pokud neuhodl správně, tak hráč II zaplatí hráči I 7 Kč.

Najděte optimální *smíšené* strategie obou hráčů a určete cenu hry.

Nápověda: Řešení je možné určit i bez použití simplexové metody.
