Příjmení a jméno: Datum: 14. ledna 2011
Login studenta:

Zkoušková písemka z předmětu „Teorie her“

Doba trvání: **120 minut** Max. zisk: **70 bodů**

Příklad [1] (13 bodů): Uvažujme následující hru, ve které dva hráči, hráč I a hráč II, střídavě odebírají sirky. Sirky jsou ve třech hromádkách. Hráč, který je právě na tahu, si může vybrat jednu z těchto hromádek a počet sirek, které z ní odebere, přičemž z první hromádky může odebrat 1, 2 nebo 3 sirky, ze druhé 1 nebo 4 sirky, a ze třetí libovolný nenulový počet sirek. Jako první táhne hráč I. Vyhrává hráč, který vezme poslední sirku (tj. prohrává hráč, který nemůže táhnout, protože v žádné z hromádek už nejsou žádné sirky).

Vezměme si hru, ve které je v počáteční pozici v první hromádce 38 sirek, ve druhé 18 sirek a ve třetí 96 sirek. Určete, zda je tato hra vítězná pro hráče I nebo pro hráče II, případně, že není vítězná ani pro jednoho z hráčů. Pokud je vítězná pro hráče I, uveďte nějaký jeho vítězný tah v počáteční pozici. Pokud je hra vítězná pro hráče II, uveďte jeho vítězný tah pro každý možný tah hráče I v počáteční pozici.

Příklad [2] (13 bodů): Uvažujme hru dvou hráčů, ve které nejprve hráč I vybere jednu ze dvou mincí (označme je mince A a mince B) a hodí touto vybranou mincí. Pravděpodobnost toho, že při hodu mincí A padne panna, je $1/2$, a pravděpodobnost toho, že padne orel, je také $1/2$. Pro minci B jsou tyto pravděpodobnosti $3/4$ a $1/4$. Hráč I při výběru mince ví, která mince je která. Hráči II nesděluje, kterou minci zvolil, ale pouze, jaký byl výsledek hodu (tj. zda padla panna nebo orel). Úkolem hráče II je pak určit, zda hráč I zvolil minci A nebo minci B. Pokud to hráč II určí správně, hráč I mu dá 10 Kč, pokud to určí špatně, hráč II dá hráči I 7 Kč.

Znázorněte výše popsanou hru Kuhnovým stromem a následně ji převeďte na odpovídající hru ve standardním (maticovém) tvaru.

Příklad [3] (13 bodů): Ukažte, jak hru s nulovým součtem zadanou následující maticí vyřešit (pro smíšené strategie) pomocí simplexové metody:

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Napište, jak k dané matici vytvořit odpovídající tabulku.

b) Naznačte, jak by probíhalo řešení – proveďte první dvě operace pivot.

c) Napište, jak zjistit řešení dané hry z výsledné tabulky, ke které by simplexová metoda dospěla, pokud bychom pokračovali v provádění operací pivot.

Příklad [4] (13 bodů): Vyřešte následující bimaticovou hru s nenulovým součtem jako kooperativní hru s přenosnou výhrou.

$$\begin{pmatrix} (4,1) & (3,2) & (-2,-4) \\ (4,6) & (3,6) & (0,-4) \end{pmatrix}$$

Tedy určete:

a) kooperativní strategii

b) platbu bokem

c) zisk jednotlivých hráčů při použití této strategie a platby bokem

d) optimální strategie hrozby obou hráčů

e) bod nedohody

Příklad [5] (13 bodů):

a) Definujte přesně, co je to *Nashův rovnovážný bod* ve hře n hráčů ve standardním tvaru (uvažujte použití smíšených strategií).

b) Co víte o existenci Nashových rovnovážných bodů v konečných hrách ve standardním tvaru?

c) Najděte všechny Nashovy rovnovážné body v následující bimaticové hře:

$$\begin{pmatrix} (1,-2) & (-1,2) \\ (-2,1) & (2,-1) \end{pmatrix}$$

Příklad [6] (5 bodů): Jaký je rozdíl mezi hrami s *úplnou* (complete) informací a hrami s *dokonalou* (perfect) informací? Čím se liší Kuhnovy stromy těchto her?