

Pravděpodobnostní sítě

- V praxi nejsou všechna omezení jen tvrdá a deterministická
- Objevují se i nejistá omezení způsobená nedostatečnou znalostí problémové domény
- Příkladem jsou medicínské diagnózy - více nemocí může mít stejné symptomy, stejná nemoc u různých lidí může mít různé příznaky (některé mají třeba skoro všichni, některé nemoc provázejí méně často)
- Tato omezení popisujeme pomocí pravděpodobnostních sítí (používají se pojmy Probabilistic Network, Belief Network, Bayesian Network)

- Mějme $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ množinu náhodných proměnných nad doménami D_{x_1}, \dots, D_{x_n}
- Označme $\text{PA}(x)$ rodiče vrcholu x , tedy vrcholy, ze kterých vede orientovaná hrana do vrcholu x .
- **Pravděpodobnostní síť** (Probabilistic Network) je dvojice (G, P) , kde
 - $G = (X, E)$ je orientovaný acyklický graf
 - $P = \{P_i\}$, kde $P_i = \{P(x_i \mid \text{PA}(x_i))\}$

- Vrcholy grafu tedy tvoří (náhodné) proměnné
- Hrany znázorňují přímý příčinný vliv mezi proměnnými
- Velikost vlivu je kvantifikována podmíněnou pravděpodobností pro každý vrchol pro jeho rodiče v síti (tzv. CPT - conditional probability tables)
- Každý řádek CPT tabulky pro proměnnou x_i tedy pro nějakou kombinaci hodnot a_1, \dots, a_n z domén rodičů proměnné x_i a nějakou hodnotu b z domény D_{x_i} proměnné x_i uvádí (podmíněnou) pravděpodobnost s jakou bude $x_i = b$ v případě, že rodiče x_i budou mít hodnoty a_1, \dots, a_n
- Součet pravděpodobností podmíněných vektorem (a_1, \dots, a_n) přes všechny hodnoty z D_{x_i} musí dávat 1

- Belief assessment - pozorováním jsou zjištěné hodnoty některých proměnných, cílem je dopočítat pravděpodobnost pro každou možnou hodnotu každé proměnné pro dané pozorování
- MPE - the most probable explanation - při daném pozorování hledáme pro všechny ostatní proměnné hodnotu z jejich domény, která má v té situaci největší pravděpodobnost
- MAP - the maximum a posteriori hypothesis - hledání přiřazení hodnot podmnožině nepozorovaných proměnných, které maximalizuje jejich podmíněnou pravděpodobnost

- Vychází z metody eliminace košíků pro optimalizační úlohy
- Na začátku jsou v koších funkce typu $p(x, y_1, y_2, \dots, y_k) = P(X = x | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \dots, Y_k = y_k)$ (pro vektor hodnot vrací podmíněnou pravděpodobnost, že proměnná bude mít první hodnotu v závislosti na tom, že jiné proměnné mají další hodnoty z toho vektoru) a funkce typu $Z = z$ (pozorování)
- Při eliminaci košíku se jednotlivé funkce místo sčítání násobí (počítá se vlastně pravděpodobnost, že nastane více nezávislých jevů současně, tu získáme vynásobením pravděpodobností jednotlivých jevů)
- Místo maximalizace se při eliminaci košíku sčítají hodnoty pravděpodobností pro jednotlivé hodnoty z domény eliminované proměnné
- Po eliminaci posledního košíku máme k dispozici řešení

- Opět vychází z metody eliminace košíků pro optimalizační úlohy a funkce v koších jsou stejného typu jako při eliminaci pro Belief Assessment
- Při eliminaci košíku se jednotlivé funkce násobí jako v případě pro Belief Assessment
- Stejně jako v optimalizačním případě se přes hodnoty eliminované proměnné počítá maximum
- Po eliminaci posledního košíku máme k dispozici hodnotu pravděpodobnosti nejpravděpodobnější kombinace hodnot všech proměnných z těch, které vyhovují pozorování
- Zpětným průchodem (tedy v opačném pořadí, než v jakém se proměnné eliminovaly) lze určit hodnoty jednotlivých proměnných (tedy onu nejpravděpodobnější kombinaci)