Cvičení 10

- Krátká diskuse opravených zápočtových písemek č.3.
- Upozornění na ukázkové zadání 4. zápočtové písemky na webu (písemka je plánována na 23.5.2007).
- Prezentace referátu č. 17.
- Prezentace referátu č. 18.

Příklad 0.1

Navrhněte polynomiální převod problému hamiltonovského cyklu na problém hamiltonovské kružnice (HC $\triangleleft$ HK). (Prozkoumejte nejdříve nápad 'nahradíme každou orientovanou hranu hranou neorientovanou' a ukažte, proč nevyhovuje. Zkuste dále promyslet kombinaci této myšlenky s nahrazením každého vrcholu dvojicí nových [spojených] vrcholů. Nakonec byste měli dospět k myšlence nahrazení původního vrcholu trojicí nových vrcholů.)

Příklad 0.2

Ukažte, že problém hamiltonovské kružnice je polynomiálně převeditelný na problém obchodního cestujícího (HK $\triangleleft$ TSP).

Příklad 0.3

Ukažte, že problém splnitelnosti booleovských formulí je polynomiálně převeditelný na variantu téhož problému, kde se předpokládají právě 3 literály v každé klauzuli (SAT $\triangleleft$ 3-SAT).

Příklad 0.4

Uvažujte problém
ILP (celočíselné lineární programování)
Instance: matice A typu $m \times n$ a (sloupcový) vektor b typu $m \times 1$, jejichž prvky jsou celá čísla.
Otázka: existuje celočíselné řešení nerovnosti $Ax \geq b$?

- Pouvažujte o tom, zda ILP patří do NPTIME. (Je to tak, ale je to příklad problému, kde odpověď na tuto otázku není ihned zřejmá.)
- Ukažte, že problém 3-SAT je polynomiálně převeditelný na problém ILP (3-SAT $\triangleleft$ ILP).

Referát č. 19 (zadání) Předveďte algoritmus polynomiálního převodu problému nezávislé množiny na problém hamiltonovského cyklu.
(K nastudování můžete např. využít souboru IS-HC.pdf, který najdete u přednášky ze 7.5.2007 na http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.htm.)

Referát č. 20 (zadání)
Prokažte, že problém 3-SAT je polynomiálně převeditelný na problém obarvení grafu 3 barvami (3-SAT $\lhd$ 3-CG).
(K nastudování můžete např. využít příslušnou animaci v souboru Novak/index.htm, který naleznete u přednášky z 16.4.2007 na http://www.cs.vsb.cz/jancar/TEORET-INF/teoret-inf.htm.)

Referát č. 21 (zadání)
Popište konstrukci v důkazu Cookovy věty.
(K nastudování můžete např. využít podklad k referátu č. 7 na http://www.cs.vsb.cz/jancar/VYCSLOZ/vycsloz.htm.)

Referát č. 22 (zadání)
Popište konstrukci v důkazu Savitchovy věty.
(K nastudování můžete např. využít podklad k referátu č. 8 na http://www.cs.vsb.cz/jancar/VYCSLOZ/vycsloz.htm.)

Referát č. 23 (zadání)
Uvažujte problém

> *Název*: QBF (*problém pravdivosti kvantifikovaných booleovských formulí*)
>
> *Vstup*: formule $(\exists x_1)(\forall x_2)(\exists x_3)(\forall x_4)\dots(\exists x_{2n-1})(\forall x_{2n})\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$, kde $\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ je booleovská formule v konjunktivní normální formě.
> *Otázka*: je daná formule pravdivá ?

Navrhněte algoritmus, který řeší problém QBF a má prostorovou složitost omezenou polynomem; odvoďte zároveň stupeň tohoto polynomu.
Návod. Řekneme, že formule $\mathcal{F}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ je OK pro posloupnost booleovských hodnot $b_1, b_2, \dots, b_i$, kde $0 \leq i \leq 2n$, jestliže

> buď $i = 2n$ a $\mathcal{F}(b_1, b_2, \dots, b_{2n}) = true$,
>
> nebo $i < 2n$, i je liché a $\mathcal{F}$ je OK jak pro $b_1, b_2, \dots, b_i, true$, tak pro $b_1, b_2, \dots, b_i, false$,
>
> nebo $i < 2n$, i je sudé a $\mathcal{F}$ je OK pro aspoň jednu z posloupností $b_1, b_2, \dots, b_i, true$ a $b_1, b_2, \dots, b_i, false$.

Ověřte nejprve, že formule $(\exists x_1)(\forall x_2)(\exists x_3)(\forall x_4)\ldots(\exists x_{2n-1})(\forall x_{2n})\mathcal{F}(x_1, x_2, \ldots, x_{2n})$ je pravdivá právě tehdy, když $\mathcal{F}$ je OK pro prázdnou posloupnost.
Pak sestavte kýžený algoritmus.

Referát č. 24 (zadání)
Uvažujme problém, jehož instancí je orientovaný graf s vybraným vrcholem v a dále k 'oblázků'. Můžeme v jakémkoli pořadí provádět následující elementární kroky:

- na vrchol x můžeme položit oblázek, pokud v daný okamžik leží oblázky na všech vrcholech, z nichž vede hrana do x,
- oblázek položený na vrchol můžeme odebrat (a znovu použít později).

Otázkou je, zda existuje posloupnost kroků, při níž položíme oblázek na zadaný vrchol v.
Prokažte, že problém je v PSPACE.
Dále vysvětlete, jak je možné uvedenou hrou modelovat situaci přidělování paměti při výpočtu (stačí daný počet registrů k provedení daného výpočtu ? …).