Referát č. 15 (Zásobníkové automaty)
Tvrzení „Ke každému ZA M lze sestrojit ZA M' s jedním stavem tž. $L(M) = L(M')$"
lze dokázat pomocí následující obecně popsané konstrukce.
Vaším úkolem není podávat během referátu onen obecný popis konstrukce, ale předvést aplikaci na příkladu níže, zároveň s podáním alespoň neformálního vysvětlení, proč to funguje.
Jednostavový ZA M', se stavem označeným s, bude mít zásobníkové symboly typu $\langle p, X, q\rangle$, kde p, q jsou stavy a X je zásobníkový symbol automatu M, a speciální počáteční zásobníkový symbol R.
Konkrétně pro $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0)$ konstruujeme $M' = (\{s\}, \Sigma, \Gamma', \delta', s, R)$, kde $\Gamma' = (Q \times \Gamma \times Q) \cup \{R\}$ a δ' je určena následovně:

- $\delta'(s, \varepsilon, R) = \{(s, \langle q_0, Z_0, q\rangle) \mid q \in Q\}$,
- pro $(q', \varepsilon) \in \delta(q, a, X)$ $(a \in (\Sigma \cup \{\varepsilon\}))$ zařadíme do $\delta'(s, a, \langle q, X, q'\rangle)$ prvek (s, ε),
- pro $(q', A_1 A_2 \dots A_n) \in \delta(q, a, X)$ $(n \geq 1)$ zařadíme do $\delta'(s, a, \langle q, X, \overline{q}\rangle)$ prvek $(s, \langle q', A_1, q_1\rangle\langle q_1, A_2, q_2\rangle \dots \langle q_{n-1}, A_n, \overline{q}\rangle)$ pro každé $\overline{q}, q_1, q_2, \dots, q_{n-1} \in Q$.

(Chápeme-li δ' jako množinu 'instrukcí', pak lze říci, že δ' je minimální množina instrukcí splňující výše uvedené podmínky.)
(Dá se ověřit, že

$$(s, w, \langle p, X, q\rangle) \vdash^*_{M'} (s, \varepsilon, \varepsilon) \Longleftrightarrow (p, w, X) \vdash^*_{M} (q, \varepsilon, \varepsilon)\,, \tag{1}$$

a tedy každému přijímajícímu výpočtu automatu M nad slovem w odpovídá přijímající výpočet automatu M' nad w a naopak.)
Vaším úkolem je předvést aplikaci této konstrukce na zásobníkový automat M se vstupní abecedou $\{a, b\}$, zásobníkovou abecedou $\{A, B\}$, počátečním zásobníkovým symbolem A, množinou stavů $\{p, q, r\}$, počátečním stavem p a přechodovou funkcí δ definovanou následovně.

ZA M	v jiné notaci:
$\delta(p, a, A) = \{(q, AA), (p, B)\}$,	$pA \xrightarrow{a} qAA$, $pA \xrightarrow{a} pB$,
$\delta(q, b, A) = \{(q, AA)\}$,	$qA \xrightarrow{b} qAA$,
$\delta(p, \varepsilon, B) = \{(q, A)\}$,	$pB \xrightarrow{\varepsilon} qA$,
$\delta(q, \varepsilon, A) = \{(r, \varepsilon)\}$,	$qA \xrightarrow{\varepsilon} r$,
$\delta(r, a, A) = \{(r, A)\}$,	$rA \xrightarrow{a} rA$,
$\delta(r, b, A) = \{(r, \varepsilon)\}$	$rA \xrightarrow{b} r$
(pro ostatní prvky def. oboru je funkční hodnota rovna $\emptyset$).	

Máte tedy zkonstruovat
ZA M', kde

$\delta'(s, \varepsilon, R) = \{(s, \langle pAp\rangle), (s, \langle pAq\rangle), (s, \langle pAr\rangle)\}$,
$\delta'(s, a, \langle pAp\rangle) = \{(s, \langle qAp\rangle\langle pAp\rangle), (s, \langle qAq\rangle\langle qAp\rangle), (s, \langle qAr\rangle\langle rAp\rangle), (s, \langle pBp\rangle)\}$,
...
případně v oné jiné notaci
$sR \xrightarrow{\varepsilon} s\langle pAp\rangle$,
$sR \xrightarrow{\varepsilon} s\langle pAq\rangle$,
$sR \xrightarrow{\varepsilon} s\langle pAr\rangle$,
$s\langle pAp\rangle \xrightarrow{a} s\langle qAp\rangle\langle pAp\rangle$,
$s\langle pAp\rangle \xrightarrow{a} s\langle qAq\rangle\langle qAp\rangle$,
$s\langle pAp\rangle \xrightarrow{a} s\langle qAr\rangle\langle rAp\rangle$,
$s\langle pAp\rangle \xrightarrow{a} s\langle pBp\rangle$,
...

(Neformální vysvětlení, proč to „funguje“, znamená naznačení platnosti uvedeného vztahu (1) v onom konkrétním případě.)

Referát č. 16 (Simulace mezi různými variantami Turingových strojů 1)
Důkladně si promyslete, popište a (za pomoci vhodných obrázků) vysvětlete následující konstrukci.

Mějme standardní Turingův stroj (předpokládající oboustranně nekonečnou pásku) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$. Sestrojme k němu Turingův stroj $M' = (Q', \Sigma, \Gamma', \delta', q_0', F')$, který předpokládá jen jednostranně (tj. pravostranně) nekonečnou pásku—tedy z nejlevější buňky (na níž stojí hlava na počátku) nemůže přejít doleva—a přitom simuluje stroj M.
Naznačíme možný způsob konstrukce:
$Q' = \{q_0', q_1\} \cup \{q_x \mid x \in \Sigma\} \cup \{q_U \mid q \in Q\} \cup \{q_D \mid q \in Q\}$
$\Gamma' = \Sigma \cup (\Gamma \times \Gamma) \cup \{\not{c}, \Box\}$
$F' = \{q_U \mid q \in F\} \cup \{q_D \mid q \in F\}$
$\delta'(q_0', x) = (q_x, \not{c}, +1)$ ... pro $x \in \Sigma$
$\delta'(q_x, y) = (q_y, (x, \Box), +1)$ ... pro $x, y \in \Sigma$
$\delta'(q_x, \Box) = (q_1, (x, \Box), -1)$ ... pro $x \in \Sigma$
$\delta'(q_1, z) = (q_1, z, -1)$ ... pro $z \neq \not{c}$
$\delta'(q_1, \not{c}) = ((q_0)_U, \not{c}, +1)$
Obrázkem si znázorněte pásku a (na malém příkladu) počáteční fázi práce stroje M' (pozn.: asi vás napadne pojem ‘dvoustopá páska’); doplňte pak instrukce stroje M' (tedy dodefinujte zobrazení δ') tak, aby skutečně simuloval M. (Ještě kousek nápovědy: U v indexu u stavu znamená ‘up’, D znamená ‘down’).