

460-4005/01: Teoretická informatika (TI) přednáška 10

prof. RNDr Petr Jančar, CSc.

katedra informatiky FEI VŠB-TUO
www.cs.vsb.cz/jancar

LS 2010/2011

Věta. Lze sestrojít Turingův stroj U takový, že pro každý vstup $(Kod(M), w)$, kde M je Turingův stroj s abecedou $\{0, 1, \square\}$ a $w \in \{0, 1\}^*$, se U zastaví právě tehdy, když M se zastaví na w ; v případě zastavení je navíc výstup U na vstup $(Kod(M), w)$ roven výstupu M na w .

Věta. Každá netriviální vstupně/výstupní vlastnost programů je nerozhodnutelná.

Vstupně/výstupní vlastnost Turingova stroje M je ...
plně určena I/O tabulkou stroje M (vstupně-výstupní funkcí f_M).

Vstup	Výstup (či nedef.)
ε	001
0	\perp
1	1110
00	1000000001
01	\perp
10	1010
...	...

Které vlastnosti jsou vstupně/výstupní?

- a/ Zastaví se M na řetězec 001 ?
- b/ Má M více než sto stavů ?
- c/ Má v nějakém případě výpočet stroje M více kroků než tisícinásobek délky vstupu ?
- d/ Platí, že pro libovolné n se M na vstupech délky nejvýše n vícekrát zastaví než nezastaví ?
- e/ Zastaví se M na každém vstupu w za méně než $|w|^2$ kroků?
- f/ Je pravda, že pro lib. vstupní slovo M realizuje jeho zdvojení ?
- g/ Je pravda, že M má nejvýše sto stavů nebo více než sto stavů ?

A které vlastnosti jsou triviální?

Přirozeně lze chápat

časovou složitost Turingova stroje M jako funkci $T_M : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

tak, že $T_M(n)$ udává počet kroků výpočtu stroje M nad vstupem velikosti (tj. délky) n v *nejhorším případě* (worst-case complexity).

- $f(n) \in O(g(n)) \dots$
- $f(n) \in o(g(n)) \dots$
- $f(n) \in \Theta(g(n)) \dots$

Třída PTIME je množina problémů řešitelných algoritmy s polynomiální časovou složitostí.

Robustnost třídy PTIME: mezi rozumnými výpočetními modely existují (vzájemné) polynomiální simulace,

- Prohledávání (jistého „prostoru“)
- Metoda „rozděl a panuj“
- Dynamické programování
- Hltavé (greedy) algoritmy (u optimalizačních problémů)

Řešení rekurentních rovnic (pro rozděl a panuj)

Věta.

Nechť $a \geq 1$, $b > 1$ jsou konstanty, f je funkce (typu $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$) a pro funkci $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ platí rekurentní vztah

$$T(n) = aT(n/b) + f(n).$$

Pak platí:

1. Je-li $f(n) = O(n^c)$ a $c < \log_b a$, pak $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$.
2. Je-li $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, pak $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \cdot \log n)$.
3. Je-li $f(n) = \Theta(n^c)$ a $c > \log_b a$, pak $T(n) = \Theta(n^c)$.