

## Cvičení 2

**Příklad 1:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0,1\}$ . Nechť  $L_1$  je jazykem všech těch slov obsahujících nejvýše pět znaků '1' a  $L_2$  je jazykem všech těch slov, která obsahují stejně '0' jako '1'. Kolik je slov v průniku  $L_1 \cap L_2$ ?

**Příklad 2:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{a,b\}$ . Vypište všechna slova ve zřetězení jazyků  $L_1 = \{\varepsilon, abb, bba\}$  a  $L_2 = \{a, b, abba\}$ .

**Příklad 3:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{c,d\}$ . Nechť  $L_0$  je jazyk všech těch slov, která obsahují různé počty výskytů symbolu  $c$  a výskytů symbolu  $d$ . Popište slovně zřetězení  $L_0 \cdot L_0$ .

**Příklad 4:** Zjistěte, které z následujících dvou vztahů jsou platné pro všechny jazyky  $L_1, L_2$ :

a)  $(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3)$  ?

b)  $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$  ?

**Příklad 5:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0,1\}$ . Vypište všechna slova ve zřetězení

$$\{0, 001, 111\} \cdot \{\varepsilon, 01, 0101\}$$

**Příklad 6:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0,1\}$ . Popište (slovně) jazyk vzniklý iterací  $\{00, 111\}^*$ .

**Příklad 7:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{0,1\}$ . Nechť  $L_1$  je jazykem všech těch slov obsahujících nejvýše jeden znak '1' a  $L_2$  je jazykem všech těch slov, která se čtou stejně zepředu jako zezadu (tzv. palindromů). Která všechna slova jsou v průniku  $L_1 \cap L_2$ ?

*Poznámka:* Pozor, průnik obou jazyků je nekonečný.

**Příklad 8:** Proč obecně neplatí  $(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)$  ?

**\*Příklad 9:** Uvažujme jazyky nad abecedou  $\{a,b\}$ . Nechť  $L_a$  je jazyk všech těch slov, která obsahují více  $a$  než  $b$ , a  $L_b$  je jazyk všech těch slov, která obsahují více  $b$  než  $a$ . Jaký jazyk vznikne zřetězením  $L_a \cdot L_b$ ?

**\*Příklad 10:** Jazyk  $L_1$  obsahuje 6 slov a jazyk  $L_2$  obsahuje 7 slov. Kolik nejméně slov musí obsahovat zřetězení  $L_1 \cdot L_2$ ?