

Cvičení 9

Příklad 1: Navrhněte stroj RAM, který jako vstup dostane sekvenci čísel $a_1, a_2, \dots, a_n, 0$, kde $a_i \neq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, n$, a který jako výstup vypíše sekvenci a_n, a_{n-1}, \dots, a_1 .

Poté určete co nejpřesněji časovou a paměťovou složitost vytvořeného stroje.

Příklad 2: Navrhněte (nějaký) algoritmus řešící následující problém:

VSTUP: Číslo n a sekvence čísel a_1, a_2, \dots, a_n , kde pro všechna $i = 1, 2, \dots, n$ platí $a_i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

OTÁZKA: Je v sekvenci a_1, a_2, \dots, a_n každé $x \in \{1, 2, \dots, n\}$ obsaženo právě jednou?

Analýzujte časovou složitost vašeho algoritmu. Pokud je větší než $O(n)$, zkuste navrhnout algoritmus s časovou složitostí $O(n)$.

Příklad 3: Rozhodněte, které z následujících asymptotických vztahů mezi funkcemi proměnné n jsou platné.

- a) $\log n \in O(\sqrt{n})$
- b) $\sqrt{n} \in O(n)$
- c) $2^n \in O(n^n)$
- d) $2^n \in O(n^{1024})$
- e) $n! \in O(2^n)$
- f) $n^{\log n} \in O(n^{1024})$

Příklad 4: Seřadte následující tři funkce podle asymptotické rychlosti jejich růstu od nejpomalejšího růstu.

- a) $n + \sqrt{n} \cdot \log n$
- b) $n \cdot \log n$
- c) $\sqrt{n} \cdot \log^2 n$

Příklad 5: Seřadte následující tři funkce podle asymptotické rychlosti jejich růstu od nejpomalejšího růstu.

- a) 2^n
- b) $2^{\sqrt{n}}$
- c) $n!$

Příklad 6: Seřadte následující tři funkce podle asymptotické rychlosti jejich růstu od nejpomalejšího růstu.

- a) $n/2005$
- b) $\sqrt{n} \cdot 3n$
- c) $n + n \cdot \log n$

Příklad 7: Seřadte následující tři funkce podle asymptotické rychlosti jejich růstu od nejpomalejšího růstu.

- a) $(\log n)^n$
- b) n^n
- c) $2^{\sqrt{n}}$

Příklad 8: Připomněte si pro každý z následujících problémů, co je jeho vstupem a jaká je otázka. Poté ukažte pro všechny tyto problémy, že patří do třídy **NPTIME**, tj. pro každý z nich popište nedeterministický algoritmus s polynomiální časovou složitostí řešící daný problém:

- a) SAT
- b) 3-SAT
- c) Problém nezávislé množiny (IS)
- d) Problém kliky (CLIQUE)
- e) Problém vrcholového pokrytí (VC)
- f) Problém Hamiltonovského cyklu (HC)
- g) Problém Hamiltonovské kružnice (HK)
- h) Problém obchodního cestujícího (TSP)
- i) Problém obarvení (vrcholů) grafu k barvami
- j) SUBSET-SUM

***Příklad 9:** Pro které z následujících problémů umíte dokázat, že patří do třídy **PTIME**?

- a) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nezávislou množinu (tj. podmnožinu vrcholů nespojených hranami) velikosti 7.
- b) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nezávislou množinu (tj. podmnožinu vrcholů nespojených hranami) velikosti nejméně 2005.

- c) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejméně tři.
- d) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejvýše tři.
- e) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně tři.
- f) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně dva.

Poznámka: *Barevnost grafu* je minimální počet barev, kterým je možné obarvit vrcholy grafu tak, aby žádné dva sousední vrcholy nebyly obarveny stejnou barvou.

***Příklad 10:** Pro které z následujících problémů umíte ukázat, že patří do třídy NPTIME?

- a) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejvýše čtyři.
- b) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost přesně čtyři.
- c) Problém rozhodnout, zda daný graf má barevnost nejméně čtyři.
- d) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje nejméně tři Hamiltonovské kružnice.
- e) Problém rozhodnout, zda daný graf obsahuje přesně tři Hamiltonovské kružnice.