

Tutoriál 7

Příklad 1: Pro následující trojice funkcí f_1, f_2, f_3 určete, které vztahy tvaru $f_i \in O(f_j)$, $f_i \in \Omega(f_j)$ a $f_i \in \Theta(f_j)$ platí a které ne.

a) $f_1(n) = 3n^2 + 5n - 1$, $f_2(n) = 2n^3 - 15n - 183$, $f_3(n) = (n + 1)(n - 1)$

b) $f_1(n) = 4n^2 + n^2 \log_2 n$, $f_2(n) = \log_2^5 n$, $f_3(n) = 17n + 3$

c) $f_1(n) = n\sqrt[5]{n}$, $f_2(n) = n$, $f_3(n) = \sqrt{n}$

Příklad 2: Určete co nejpřesněji časové složitosti následujících fragmentů kódu. Výsledky vyjádřete v asymptotické notaci pomocí Θ .

Poznámka: Jako velikost vstupu uvažujte hodnotu n . Můžete předpokládat, že hodnoty všech proměnných jsou již načteny v paměti.

a) **for** $i := 1$ **to** $n * n$ **do**
 for $j := 1$ **to** i **do**
 $A[i, j] := A[i, j] + b[j]$
 end for
end for

b) $x := 0$
for $i := 1$ **to** n **do**
 $j := i * i$
 while $j > 0$ **do**
 if $d[j] < R[i, j]$ **then**
 $R[i, j] := x - 1$
 $x := d[j]$
 end if
 $j := j - 1$
 end while
end for

c) $i := 1$
while $i < n$ **do**
 $q[i] := q[i] + i$
 $i := i + i$
end while

d) $i := 1$; $j := 1$
while $i < n$ **do**
 $E[i, j] := E[i, j] \bmod s[i]$
 $i := i + j$
 $j := j + 1$

end while

Příklad 3: Popište pseudokódem libovolný algoritmus pro řešení následujícího problému a co nejpřesněji odhadněte jeho časovou a paměťovou složitost:

VSTUP: Sekvence přirozených čísel a_1, a_2, \dots, a_n .

VÝSTUP: Čísla a_1, a_2, \dots, a_n seříděná od nejmenšího po největší.

Poznámka: V algoritmu se nemusíte zabývat načítáním vstupu a výpisem výstupu.

Příklad 4: Připomente si pro každý z následujících problémů, co je jeho vstupem a jaká je otázka. Poté ukažte pro všechny tyto problémy, že patří do třídy **NPTIME**, tj. pro každý z nich popište nedeterministický algoritmus s polynomiální časovou složitostí řešící daný problém:

- a) SAT
- b) 3-SAT
- c) Problém nezávislé množiny (IS)
- d) Problém kliky (CLIQUE)
- e) Problém vrcholového pokrytí (VC)
- f) Problém Hamiltonovského cyklu (HC)
- g) Problém Hamiltonovské kružnice (HK)
- h) Problém obchodního cestujícího (TSP)
- i) Problém obarvení (vrcholů) grafu k barvami
- j) SUBSET-SUM