

Cvičení 3

Příklad 1: Připomeňte si pravidla pro důkazy sporem (Ctr, CtrN) a další pravidla, která se z nich dají odvodit (CtrA, \neg i, \neg e, Cp, PC, Ch).

S případným využitím těchto pravidel (a dalších dříve zavedených pravidel) dokažte:

- a) $\neg p \vdash \neg(p \wedge q)$
- b) $\neg(p \wedge q), p \vdash \neg q$
- c) $\neg p, p \vee q \vdash q$
- d) $\neg(p \vee q) \vdash \neg p$
- e) $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$
- f) $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p \vee \neg q$
- g) $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
- h) $\neg(p \vee q) \vdash \neg p \wedge \neg q$
- i) $\neg p \wedge \neg q \vdash \neg(p \vee q)$

Příklad 2: Připomeňte si logickou spojku implikace (\rightarrow) a její tabulku pravdivostních hodnot. Připomeňte si odvozovací pravidla pro implikaci (\rightarrow i, \rightarrow e).

S využitím těchto pravidel (a dalších dříve zavedených pravidel) dokažte:

- a) $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- b) $\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
- c) $p \rightarrow q \vdash \neg p \vee q$
- d) $\neg p \vee q \vdash p \rightarrow q$
- e) $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$

Příklad 3: Připomeňte si pravidla pro ekvivalenci (\leftrightarrow i, \leftrightarrow e₁, \leftrightarrow e₂).

S využitím těchto pravidel (a dalších dříve zavedených pravidel) dokažte:

- a) $\vdash p \leftrightarrow p$
- b) $p \leftrightarrow q \vdash q \leftrightarrow p$
- c) $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \vdash p \leftrightarrow r$
- d) $p \leftrightarrow q, q \vee r \vdash p \vee r$

Příklad 4: Připomeňte si pravidla \top i, \perp e, \neg i a \neg e.

S využitím těchto pravidel (a dalších dříve zavedených pravidel) dokažte:

- a) $p \vee \perp \vdash p$
- b) $p \vdash p \wedge \top$
- c) $p \rightarrow \perp \vdash \neg p$
- d) $\neg p \vdash p \rightarrow \perp$
- e) $\neg \top \vdash \perp$

f) $\top \rightarrow (p \vee q), \neg q \vdash p$

Příklad 5: Určete, které z následujících sekvencí symbolů jsou dobře vytvořenými formulemi výrokové logiky

- a) pokud použijeme formální definici formulí výrokové logiky,
 b) pokud použijeme konvence o vypouštění závorek.

Vaše odpovědi zdůvodněte.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. $\neg(p) \wedge \wedge$ | 9. $p \wedge q$ |
| 2. $\forall x : q(x) \wedge r(x, x)$ | 10. $(p \wedge q)$ |
| 3. p | 11. $((p \wedge q))$ |
| 4. $(\neg(\neg q))$ | 12. $((p \wedge q) \vee r)$ |
| 5. $(\neg(\neg q()))$ | 13. $((\neg p) \vee (q \leftrightarrow (\neg r)))$ |
| 6. $(\neg(\neg)q)$ | 14. $r \vee \neg q \vee s$ |
| 7. $(p\neg q)$ | 15. $(\neg r \vee \neg p \vee s) \wedge (\neg q \vee s)$ |
| 8. $\wedge pq$ | 16. $(\neg((\neg p) \rightarrow (\neg(\neg r))))$ |

U těch sekvencí symbolů, které jsou dobře vytvořenými formulemi výrokové logiky, nakreslete příslušný abstraktní syntaktický strom.