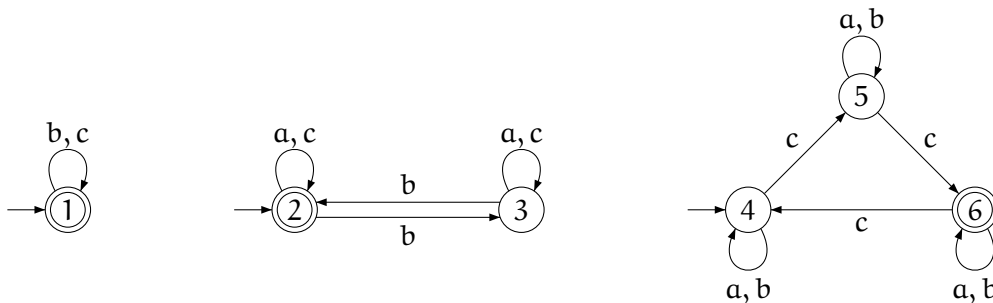


Cvičení 3

Příklad 1: Pro následující jazyky sestrojte NKA, které je rozpoznávají:

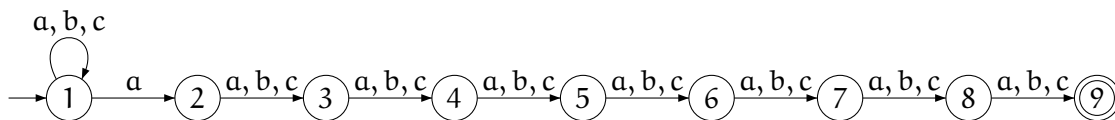
a) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = 0 \vee |w|_b \bmod 2 = 0 \vee |w|_c \bmod 3 = 2\}$

Řešení: Požadovaný automat jednoduše poskládáme z tří samostatných automatů. Případně přidáme jeden nový počáteční stav s ϵ -přechody do původních tří počátečních stavů (které již potom počáteční být nemusí).



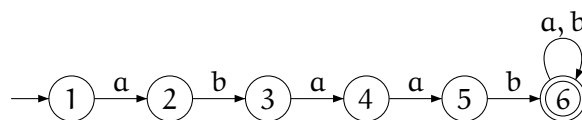
b) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| \geq 8 \text{ a osmý symbol od konce slova } w \text{ je } a\}$

Řešení:



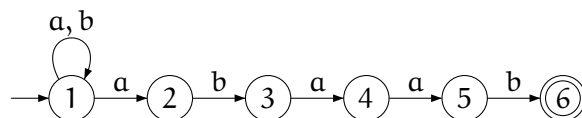
c) $L_3 = \{abaabw \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:



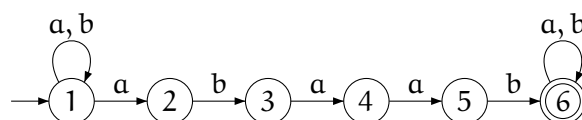
d) $L_4 = \{wabaab \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:

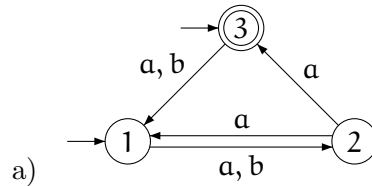


e) $L_5 = \{w_1abaabw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$

Řešení:



Příklad 2: Následující NKA převed'te na ekvivalentní DKA:



Řešení:

Původní automat:

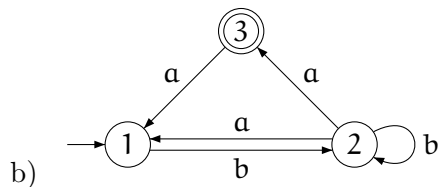
	a	b
→ 1	2	2
2	1,3	–
↔ 3	1	1

Výsledný automat:

	a	b
↔ {1, 3}	{1, 2}	{1, 2}
{1, 2}	{1, 2, 3}	{2}
← {1, 2, 3}	{1, 2, 3}	{1, 2}
{2}	{1, 3}	∅
∅	∅	∅

Normovaný tvar:

	a	b
↔ 1	2	2
2	3	4
← 3	3	2
4	1	5
5	5	5



Řešení:

Původní automat:

	a	b
→ 1	–	2
2	1,3	2
↔ 3	1	–

Výsledný automat:

	a	b
→ {1}	∅	{2}
∅	∅	∅
{2}	{1, 3}	{2}
← {1, 3}	{1}	{2}

Normovaný tvar:

	a	b
→ 1	2	3
2	2	2
3	4	3
← 4	1	3

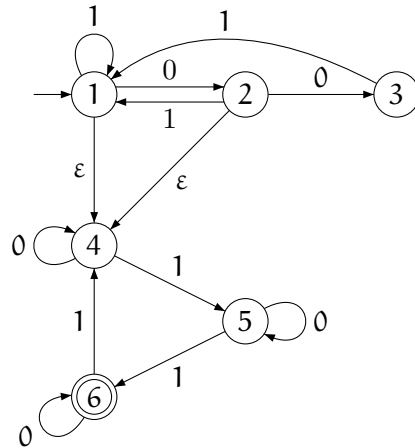
Příklad 3: Sestrojte ZNKA rozpoznávající jazyky L_1 , L_4 a L_5 :

a) $L_1 = L_2 \cdot L_3$, kde

$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{ve } w \text{ je každý výskyt } 00 \text{ bezprostředně následován znakem } 1\}$

$L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_1 \bmod 3 = 2\}$

Řešení:

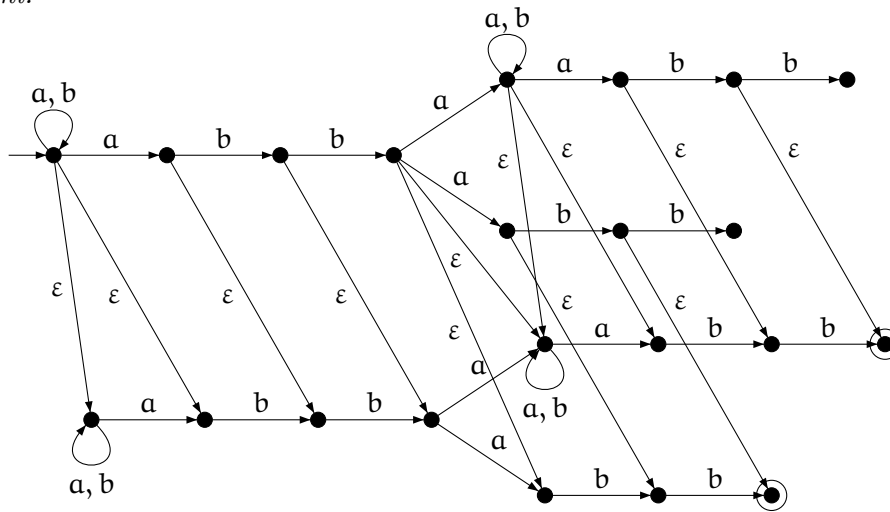


b) $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ alespoň třikrát obsahuje podslovo } 000\}$

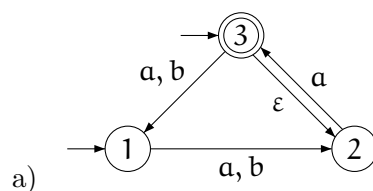
Poznámka: Výskyty podslav se mohou překrývat, takže do jazyka L_4 patří například slovo 00000.

c) $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ vznikne z nějakého slova } w' \in L_6 \text{ vynecháním jednoho znaku}\}$, kde L_6 je jazyk tvořený právě těmi slovy nad abecedou $\{a, b\}$, která obsahují podslovo $abba$ a končí sufixem abb .

Řešení:



Příklad 4: Následující ZNKA převedte na ekvivalentní DKA:



Řešení:

Původní automat:

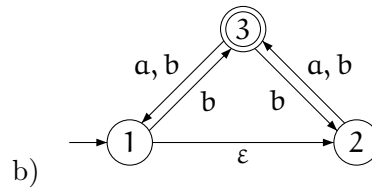
	a	b	ϵ
\rightarrow 1	2	2	–
2	3	–	–
\leftrightarrow 3	1	1	2

Výsledný automat:

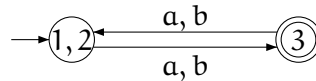
	a	b
\leftrightarrow {1, 2, 3}	{1, 2, 3}	{1, 2}
{1, 2}	{2, 3}	{2}
\leftarrow {2, 3}	{1, 2, 3}	{1}
{2}	{2, 3}	\emptyset
{1}	{2}	{2}
\emptyset	\emptyset	\emptyset

Normovaný tvar:

	a	b
\leftrightarrow 1	1	2
2	3	4
\leftarrow 3	1	5
4	3	6
5	4	4
6	6	6



Řešení:



Původní automat:

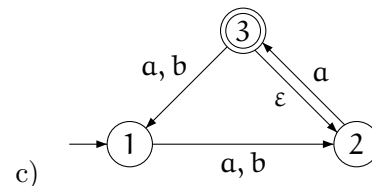
	a	b	ϵ
\rightarrow 1	–	3	2
2	3	3	–
\leftarrow 3	1	1, 2	–

Výsledný automat:

	a	b
\rightarrow {1, 2}	{3}	{3}
\leftarrow {3}	{1, 2}	{1, 2}

Normovaný tvar:

	a	b
\rightarrow 1	2	2
\leftarrow 2	1	1



Řešení:

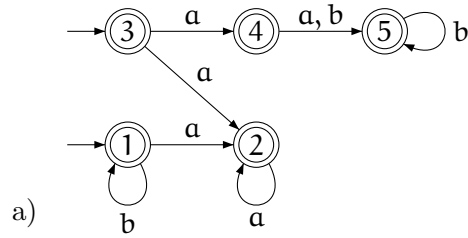
Výsledný automat:

	a	b
\rightarrow {1}	{2}	{2}
{2}	{2, 3}	\emptyset
\leftarrow {2, 3}	{1, 2, 3}	{1}
\emptyset	\emptyset	\emptyset
\leftarrow {1, 2, 3}	{1, 2, 3}	{1, 2}
{1, 2}	{2, 3}	{2}

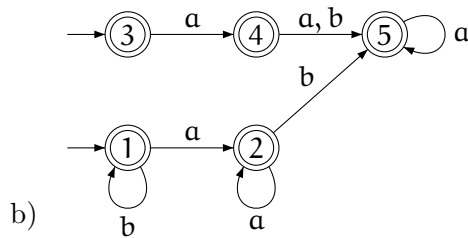
Normovaný tvar:

	a	b
\rightarrow 1	2	2
2	3	4
\leftarrow 3	5	1
4	4	4
\leftarrow 5	5	6
6	3	2

Příklad 5: Pro každý z následujících automatů najděte alespoň jedno slovo nad abecedou {a, b}, které nepatří do jazyka rozpoznávaného daným automatem.



Řešení: Třeba bab.

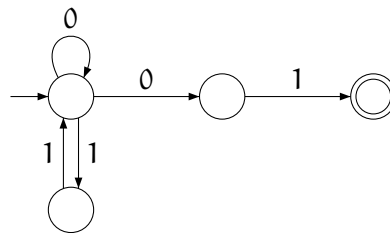


Řešení: Třeba abb.

Příklad 6: Pro každý z následujících regulárních výrazů sestrojte ekvivalentní konečný automat (může se jednat o ZNKA):

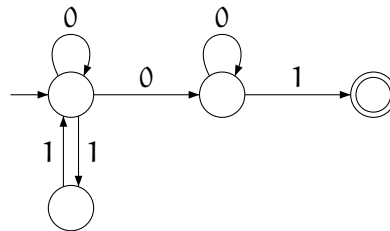
a) $(0 + 11)^*01$

Řešení:



b) $(0 + 11)^*00^*1$

Řešení:



c) $(a + bab)^* + a^*(ba + \epsilon)$

Příklad 7: Navrhněte obecný postup, jak pro daný NKA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, I, F)$ zjistit, zda:

a) $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \emptyset$

Řešení: $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \neq \emptyset$ právě, když je z nějakého počátečního stavu dosažitelný nějaké přijímající stav. (Dosažitelné stavy se dají snadno zjistit např. prohledáváním do šířky.)

b) $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \Sigma^*$

Řešení: Převést \mathcal{A} na ekvivalentní DKA \mathcal{A}' a zjistit, zda $\mathcal{L}(\mathcal{A}') = \Sigma^*$ (viz minulé cvičení).

Příklad 8: Navrhněte obecný postup, jak pro daný NKA $\mathcal{A}_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, I_1, F_1)$ a $\mathcal{A}_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, I_2, F_2)$ zjistit, zda $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) = \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$.

Řešení: Převést \mathcal{A}_1 a \mathcal{A}_2 na ekvivalentní DKA \mathcal{A}'_1 a \mathcal{A}'_2 a zjistit, zda $\mathcal{L}(\mathcal{A}'_1) = \mathcal{L}(\mathcal{A}'_2)$ (viz minulé cvičení).

Příklad 9: Navrhněte obecný postup, jak k danému ZNKA \mathcal{A} se sestrojít ekvivalentní NKA \mathcal{A}' tak, aby množina stavů automatu \mathcal{A}' byla stejná jako množina stavů automatu \mathcal{A} .