Cvičení 3

Příklad 1:

Automaty sestrojené v příkladech 1,2 cvičení 2 převeďte do normovaného tvaru.

Příklad 2:

Mějme konečné automaty bez specifikace počátečních a přijímajících stavů $A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1)$, $A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2)$.
Definujme $A = (Q, \Sigma, \delta)$ tž. $Q = Q_1 \times Q_2$ a $\delta(\,(q_1, q_2), a\,) = (\,\delta_1(q_1, a), \delta_2(q_2, a)\,)$ pro vš. $q_1 \in Q_1$, $q_2 \in Q_2$, $a \in \Sigma$.
Ukažte, že pro lib. $q_1 \in Q_1$, $q_2 \in Q_2$ a $w \in \Sigma^*$ platí

$$\delta(\,(q_1, q_2), w\,) = (\,\delta_1(q_1, w), \delta_2(q_2, w)\,).$$

Použijte indukci podle délky slova w.

Příklad 3:

Ukažte, jak lze k automatům $A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{01}, F_1)$, $A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{02}, F_2)$ sestrojit automat rozpoznávající jazyk $L(A_1) \cap L(A_2)$; modifikujte jej pak pro případ $L(A_1) \cup L(A_2)$. V obou případech ukažte správnost konstrukce využitím vztahu dokázaného v předchozím příkladu.

Příklad 4:

Automat požadovaný v příkladu 5 cvič. 2 sestrojte podle obecného návodu z předchozího příkladu. Výsledný automat převeďte do normovaného tvaru.

Příklad 5:

Navrhněte rychlý algoritmus, rozhodující pro daný KA A, zda $L(A)$ je nekonečný.

Příklad 6:

Procvičte si definici zřetězení a iterace jazyků na malých příkladech a pak dokažte či vyvraťte obecnou platnost následujících vztahů:

- $L_1 \cdot L_2 = L_2 \cdot L_1$
- $L_1(L_2 \cup L_3) = L_1L_2 \cup L_1L_3$
- $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^*(L_2 \cdot L_1^*)^*$
- $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$